

シュレディンガーの猫状態の判定可能性

遠藤 隆*

Decidability of Schrödinger's cat states

By
Takasi ENDO

Abstract: Schrödinger's cat paradox has been the hardest problem in quantum theory. A model of measurement and decision of quantum states is introduced and review the paradox. When we can decide that the states are definite (i.e. not superposed), it is impossible to decide that a state is superposed of the definite states.

Key words: Schrödinger's cat, measurement theory

1. はじめに

量子力学には、「シュレディンガーの猫」と呼ばれる観測にまつわるパラドックスがあり、観測の問題の象徴として長い議論が続いている⁽¹⁾。

基礎方程式が線形である量子力学には重ね合わせの原理が成り立つので、生きている猫と死んでいる猫の重ね合わせ状態が存在するはずなのだが、そのような猫を我々は観測することは現実にはできない。これに対する標準的な解釈は、観測による「波束の収縮」が起きて、重ね合わせ状態が観測できないというものである。しかし、波束の収縮は、重ね合わせの原理を破るため、量子力学的な過程として記述することはできないことや、「観測とは何か」という問題があり、議論が続いている。

この議論において、

「量子力学は、シュレディンガーの猫の存在を予測するのに、それが観測できない」

という主張には、ある前提が隠されている。それは、

「シュレディンガーの猫が存在すれば、それを観測することが（原理的に）可能である。」

ということである。

しかし、もしかしたら、この前提が間違っているかもしれない。すなわち「ある条件の下では、重ね合わせ状態は原理的に観測することができない」ということがあり得る。だとすれば、問題は、「どのような条件の場合に、シュレディンガーの猫は、観測できないのか」ということである。言い換えれば、「観測可能な重ね合わせ状態と観測不可能なシュレディンガーの猫の状態は、何が違うのか」ということである。結論を先に述べると、「シュレディンガーの猫は、もし生きていれば生きてると、死んでいれば死んでいると観測することができる」ということである。確定的に（確率1で）判定可能な複数の量子状態（以下、「確定状態」と呼ぶ。）の重ね合わせ状態は、判定不可能である。重ね合わせ状態だけならば、巨視的であっても現代の技術ならば原理的に実現し判定することが可能である。したがって、シュレディンガーの猫の問題は、猫の生死確定状態の判定可能性とともに考えなければならない。

観測の問題に対する主な解釈は、波束の収縮の他にエベレットの多世界解釈⁽²⁾及びデコヒーレンス解釈⁽³⁻⁴⁾がある。

多世界解釈は、波束の収縮が起きないとして、複数の状態の重ね合わせ状態を、分岐した世界の並列とみなす考えである。近年、多世界あるいは様々なレベルの多宇宙の考え方は、徐々に受け入れられて

平成30年6月1日受理

*工学系研究科物理科学専攻

©佐賀大学理工学部

きているようにも見える⁽⁵⁾。

デコヒーレンス解釈は、観測対象（たとえば猫）が、自由度の大きい環境系と相互作用することで、統計演算子の非対角成分が事実上消失し、古典的な統計演算子に一致することから、干渉効果の消失を説明するものである。重ね合わせ状態が消失すれば、干渉効果も消失するが、逆は正しくない。干渉効果が消失しても重ね合わせ状態は残っている。したがって、観測の問題がデコヒーレンス理論で解決したと考えるのは早計である⁽⁶⁾。

2. 判定装置のモデル

ある測定対象とする系と、その測定装置のモデルを以下のように仮定する。

入力空間

測定対象となる系を次のようにいくつかのヒルベルト空間の直和で表す。

$$I = I("i") \oplus I("j") \oplus \dots \quad (1)$$

なお、直和成分の部分空間を識別する記号は、適当である。シュレディンガーの猫を考える場合は、たとえば、

$$I = I("alive") \oplus I("dead") \oplus \dots \quad (2)$$

と表すことができるだろう。直和成分が単一の状態ベクトルで構成されていてもかまわない。

出力空間

入力空間の状態を測定し出力(表示)する装置も、いくつかのヒルベルト空間の直和空間で表す。

$$O = O("ready") \oplus O("o") \oplus O("p") \oplus \dots \quad (3)$$

この識別記号も適当である。ただし、表示が重ね合わせになっていると、何が表示されているのかわからないので、判定不可能ということになる。判定可能な出力は、特定の部分空間、たとえば $O("o")$ だけが表示されているような場合である。

測定作用

測定作用をユニタリー変換 \hat{U}_M で表す。この作用により、入力空間 I の部分空間 $J \subset I$ は、ある出力

空間の部分空間に写像される。

$$\hat{U}_M J \otimes O("ready") \subset J \otimes O("p") \quad (4)$$

なお、測定前は、出力装置の表示は"ready"であり、測定後は、予め与えられた出力空間の直和分解のいずれかが選択されるものとする。これは装置が何かを測定して何か特定の出力を表示するように設計されていると仮定しているからである。

判定不可能な例

猫の生死を判定することが可能でも、それらの重ね合わせは判定困難である。猫の生死特定状態に対して生死を表示する出力装置があったとする。

$$\begin{aligned} \hat{U}_M I("alive") \otimes O("ready") &\subset I("alive") \otimes O("alive") \\ \hat{U}_M I("dead") \otimes O("ready") &\subset I("dead") \otimes O("dead") \end{aligned} \quad (5)$$

入力状態には重ね合わせが許されるので、

$$\begin{aligned} \hat{U}_M \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("ready") \\ \subset \{I("alive") \otimes O("alive") \oplus I("dead") \otimes O("dead")\} \end{aligned} \quad (6)$$

となり、特定の出力状態が表示されない。

ボルンの規則で半々の確率で生死が表示されると解釈することもできよう。あるいは二つの分岐世界の直和になっているのかもしれない。この場合は、どの分岐世界が、経験主体である私(すなわちクオリア生成の場として現れる<私>)の世界なのか確定できない。

この状況は、判定不可能な場合と言える。

判定可能な例

しかし、重ね合わせ状態でも判定可能な場合があり得る。

たとえば、生死にかかわらず、それが猫かどうかの判定を行う場合である。

$$\begin{aligned} \hat{U}_M I("alive") \otimes O("ready") &\subset I("alive") \otimes O("cat") \\ \hat{U}_M I("dead") \otimes O("ready") &\subset I("dead") \otimes O("cat") \end{aligned} \quad (7)$$

この場合は、シュレディンガーの猫を入力しても

$$\begin{aligned} \hat{U}_M \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("ready") \\ \subset \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("cat") \end{aligned} \quad (8)$$

となり、確定的に（確率1で）「猫」という表示が得られる。したがって猫かどうかは判定可能である。もっとも、猫か犬かを判定する装置があって、猫と犬の重ね合わせ状態を入力すると、表示は確定しなくなる。

なお、判定可能であっても、判定結果が正しく妥当であるということが保証されるわけではない。

猫の判定

さて、問題の猫の重ね合わせ状態の判定について考える。

この装置は、猫の生または死の状態を入力すると、猫の生死が確定しており、重ね合わせ状態には無いと表示する。すなわち

$$\begin{aligned} & \hat{U}_M I("alive") \otimes O("ready") \\ & \subset I("alive") \otimes O("no") \\ & \hat{U}_M I("dead") \otimes O("ready") \\ & \subset I("dead") \otimes O("no") \end{aligned} \quad (9)$$

この装置が期待される判定機能を持つならば、シュレディンガーの猫の状態を入力すると、

$$\begin{aligned} & \hat{U}_M \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("ready") \\ & \subset \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("yes") \end{aligned} \quad (10)$$

となるはずである。（重ね合わせ状態を入力するのであるから、生死の状態の直和空間から確定状態を除くべきかもしれないが、結果は同じである。）

この入力に対して、ユニタリー変換の性質により、

$$\begin{aligned} & \hat{U}_M \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("ready") \\ & \subset \{I("alive") \oplus I("dead")\} \otimes O("no") \end{aligned} \quad (11)$$

となり、重ね合わせ状態に対しても出力空間の特定の表示だけが選ばれており、装置は「重ね合わせ状態には無い」と確定的に表示することになる。したがって猫状態は、「重ね合わせ状態には無い」と判定可能である。これが本論の（もしかしたら意外な）結論である。

3. 解釈

この最後の結果に対して、主に二つの解釈がある。

(1) 判定を信じる

装置は、「生きている猫は（生死の）重ね合わせ状態になく、死んでいる猫は重ね合わせ状態になく、

重ね合わせ状態にあった猫も、今や重ね合わせ状態にない」と表示している。

装置の判定は正しいと解釈する。（この立場は、実験装置と実験結果の関係だけが議論すべきことであるという立場でもある。）したがって、重ね合わせ状態の判定結果は、判定前は重ね合わせ状態だったにもかかわらず、理由は分からないが、判定によって確定状態になってしまったのである。これは、いわゆる「波束の収縮」と呼ばれる現象である。

(2) 判定を信じない

装置は、「生きている猫は（生死の）重ね合わせ状態になく、死んでいる猫は重ね合わせ状態になく、重ね合わせ状態にあった猫さえも、重ね合わせ状態にない」と表示している。

重ね合わせ状態を入力しても、「重ね合わせ状態に無い」と表示する装置は、判定装置としての必要な機能を持っていない。確定状態に対して”no”と表示する装置は、重ね合わせ状態に対しても、必ず”no”と表示するのであるから、確定状態と重ね合わせ状態を識別し判定する装置は不可能なのである。

だとすれば、「重ね合わせ状態に無い」という判定結果は、実際には「重ね合わせ状態に無い」ということを意味しないのである。なぜなら、（判定可能な確定状態の）重ね合わせ状態にあることを正しく判定できる装置が原理的に存在しないと言わざるをえないからである。

4. 考察

シュレディンガーの猫状態が観察できない技術的理由の一つとして、デコヒーレンスがある。多数の自由度を持つ環境と相互作用することで、猫の干渉性が失われる。しかし、干渉現象があれば、重ね合わせ状態にあると言えるが、逆は成り立たない。したがって、デコヒーレンスは、波束の収縮と同じではない⁽⁶⁾。（実際には同一視しても多くの場合、不都合はない。）

長い間、一般に受け入れられてきた解釈は、波束の収縮であろうが、波束がいつどのようにして収縮するのかは説明できないし、そもそもユニタリー変化ではない収縮は、量子力学の理論と両立しない。

もう一つの解釈として、多世界解釈がある。分岐した世界からは他の分岐した世界が観察できないので、重ね合わせ状態が観察できないという解釈である。これは他の分岐世界をこの私が経験できないということである。しかし、なぜ特定の分岐世界の中でクオリアが現れるのかは説明できない。クオリアは哲学的な難問⁽⁷⁾なのである。あるいは仏教の唯識説が言うように、この世界に現れる様々な識の一部

から末那識の働きが<私>というものを生じさせているのかもしれないが、その理由や方法はやはり謎である。

しかし、重ね合わせ状態を観察することができないことを説明するだけなら、全世界を分岐させるまでもない。(エベレット自身、多世界という言葉は使っておらず、観測によって生じるエンタングルメントを計算しているだけである。多世界という概念は、むしろ「観測者から観測できない世界が他に存在する」ということを強調するために導入されたと考えることができる。)

そもそも(確定状態が観察できる場合に)重ね合わせ状態を観察する装置が存在しないならば、そして我々が観察するときは何らかの装置(実験装置だけでなく、脳などの身体を含む)を経由するのだとすれば、そのような装置が原理的に存在しない以上、我々もまた重ね合わせ状態を観察することができないのである。これは量子力学とは矛盾しない。むしろ量子力学による必然の結果と言えよう。

我々が全てのことを正しく判定できるという保証はない。したがって、シュレディンガーの猫が、正しく判定できない現象の一つであると考えerことは自然である。

参 考 文 献

- (1) A. Wheeler and W. H. Zurek, eds., Quantum Theory and Measurement, (Princeton Univ. Press, Princeton, 1983).
- (2) H. Everett, Rev. Mod. Phys. 29(1957) 454-462.
- (3) W. H. Zurek, Phys. Rev. D26(1982)1862.
- (4) T. Endo, J. Phys. Soc. Jpn. 56(1988)71-74.
- (5) マックス・テグマーク：『数学的な宇宙』（講談社, 2016)
- (6) 遠藤隆： 科学基礎論研, 第24巻(1996)31
- (7) デイビッド・J・チャーマーズ：『意識する心』（白揚社, 2001)