

実践報告

# 日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフから描ける 不思議な8の字

大隅 秀晃\* ・ 濱口 敦\*\* ・ 角縁 進\*  
高島 千鶴\* ・ 中村 聡\*

Strange Shape of 8 in the X-Y Plot by the Time of Sunrise and Sunset

Hideaki OHSUMI\*, Atsushi HAMAGUCHI\*\*, Susumu KAKUBUCHI\*,  
Chizuru TAKASHIMA\* and Satoshi NAKAMURA\*

## 【要約】

グラフ用紙を用意し、その日の「日の出時刻」をX軸にとり「日の入り時刻」をY軸にとって点を打つ。このような操作を毎日続けて一年間を通して行くと最終的にはどのような形になるのか考えたことがあるであろうか？だまされたと思って実際にやってみるとおもしろい。斜めに傾いた、すこし歪んだ「8の字」の形ができあがる。この不思議な「8の字」は以前のこの紀要（第30号）でとりあげた「太陽の動きやその影の動きからわかること」の中にある毎日きまった時刻の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」と密接な関係があることがわかった。したがって、日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフ上にできる「8の字」の動きも同様に太陽を中心に公転する地球の動きと密接につながっているということの意味する。

## 【キーワード】

日の出・日の入り時刻, 太陽の動き, 地球の公転

## 1. はじめに

日の出や日の入り時刻が季節によってどのように変化するかについてのグラフはけっこう多くの文献で紹介されているので実際にみたことのある人は多いであろう（図1参照）。夏は日の出が早く、日の入りが遅いこと、冬は日の出が遅く、日の入りが早いことも経験的に理解している人も多いと思う。

それでは、少し考え方を変えて、一枚のグラフ用紙を準備し、その日の「日の出時刻」をX軸（横軸）にとり、Y軸（縦軸）には「日の入り時刻」をとってみよう。日の入り時刻や日の出時刻を自分で観察するのは難しいというのが多くの人の状況であろう。そのような人は、新聞やテレビ、ラジオ、インターネットなどの情報にあたれば、各地域の日の出時刻と日の入り時刻の情報を簡単に手に入れることができる。したがって自分で直接調べないといけないというわけでもないので興味があれば是非やってみよう。毎日続ける必要は必ずしもない。たとえば一カ月おきくらいの間隔をおいて実行するという程度でも目的は十分達せられるはずである。

一年間を通してこの作業を続けたらどのような形が出来上がるのかについてあらかじめ想像してみよう。夏至の日は、日の出が早く、日の入りが遅いのでグラフの左上のほうにその日のデータ点がくるだろう、また冬至の日は、日の出が遅く、日の入りが早いので、グラフの右下にそのデータ点がくるだろう

\*佐賀大学文化教育学部

\*\*佐賀大学大学院教育学研究科

う。これくらいのことは容易に想像がつく。それ以外の日のデータ点はどのようにつながっていくのだろうか？なんとなく夏至に対応する点と冬至に対応する点の2点をつないだ単純な線になるようにも思われる。それはほんとうであろうか？参考のため2013年の佐賀の日の入り・日の出のデータ（表1）を用意してあるので、本論文を読む前に自分で実際にグラフ用紙にデータ点をプロットしてみるとよい。最初から一年分やるとするのはたいへんなので、一か月おきにデータを拾ってプロットしてもさほど大きな違いはない。

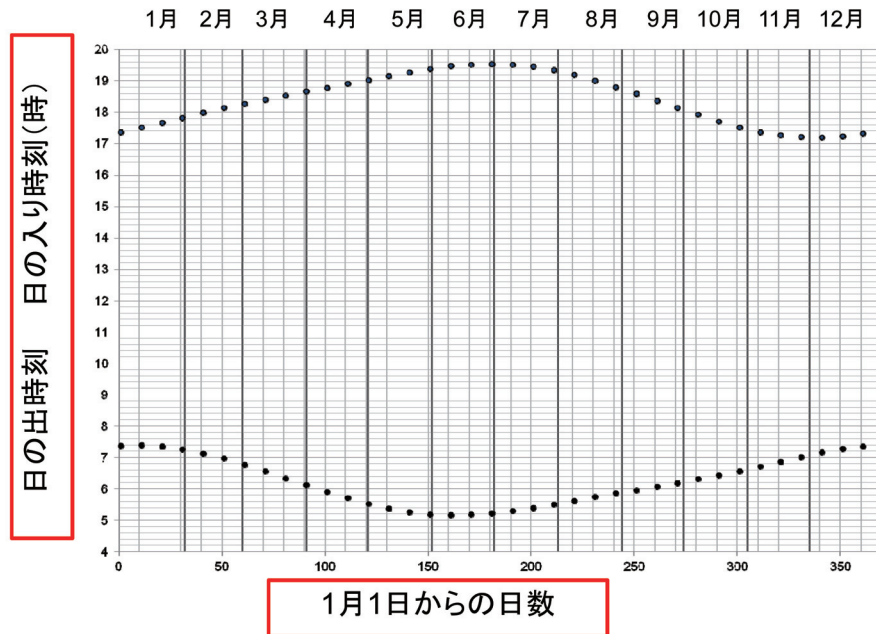


図1 2013年の佐賀の日の出・日の入り時刻

実際にやってみると、そこには斜めに傾いた少し歪んだ「8の字」の形があらわれる（図2参照）。本論文ではこの「8の字」の形に潜む意味を探る。最終的には、以前この紀要でとりあげた「太陽の動きやその影の動きからわかること」（参考文献1）でとりあげた毎日きまった時刻の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」と密接な関係があることがわかる。参考文献1では何故そのような「8の字」になるのかということ、きちんと理解し、最終的には地球の公転軌道と密接な関係があることを述べた。本論文では、日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフから描ける不思議な8の字が、毎日きまった時刻の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」と実は、数学的に考えれば同一の内容を含んでいることを示すことで、同様にこの不思議な8の字が、現在の地球の公転軌道の条件を反映しており、遠い将来、地軸の歳差運動などで地球の公転軌道の条件が変化すれば、この不思議な8の字の形がそれにつれて同時に変化していくことを示そうということが本論文の主な目的である。

また逆に考えれば、日の出、日の入りを実際に観測して、日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフから描ける不思議な8の字のデータを集めるだけで、原理的には、地球の公転軌道についての情報（たとえば地球の楕円軌道の離心率はいくつか？地軸の傾きと楕円軌道の組み合わせの条件できまる近日点になる日は具体的にいつか？など）を引き出せるはずである。

表1 2013年の佐賀の日の出・日の入り時刻の表（理科年表より抜粋）

1月1日から			日の出 日の入り			1月1日から			日の出 日の入り		
月日	何日目	日の出	日の入り	(時)	(時)	月日	何日目	日の出	日の入り	(時)	(時)
1月1日	1	7時22分	17時22分	7.37	17.37	7月10日	191	5時17分	19時31分	5.28	19.52
1月11日	11	7時23分	17時31分	7.38	17.52	7月20日	201	5時23分	19時27分	5.38	19.45
1月21日	21	7時21分	17時40分	7.35	17.67	7月30日	211	5時30分	19時20分	5.50	19.33
1月31日	31	7時15分	17時49分	7.25	17.82	8月9日	221	5時37分	19時11分	5.62	19.18
2月10日	41	7時7分	17時59分	7.12	17.98	8月19日	231	5時44分	19時0分	5.73	19.00
2月20日	51	6時58分	18時8分	6.97	18.13	8月29日	241	5時51分	18時48分	5.85	18.80
3月2日	61	6時46分	18時16分	6.77	18.27	9月8日	251	5時57分	18時35分	5.95	18.58
3月12日	71	6時33分	18時24分	6.55	18.40	9月18日	261	6時4分	18時22分	6.07	18.37
3月22日	81	6時20分	18時32分	6.33	18.53	9月28日	271	6時11分	18時8分	6.18	18.13
4月1日	91	6時7分	18時39分	6.12	18.65	10月8日	281	6時18分	17時55分	6.30	17.92
4月11日	101	5時54分	18時46分	5.90	18.77	10月18日	291	6時25分	17時42分	6.42	17.70
4月21日	111	5時42分	18時54分	5.70	18.90	10月28日	301	6時33分	17時31分	6.55	17.52
5月1日	121	5時31分	19時1分	5.52	19.02	11月7日	311	6時42分	17時22分	6.70	17.37
5月11日	131	5時22分	19時9分	5.37	19.15	11月17日	321	6時51分	17時16分	6.85	17.27
5月21日	141	5時15分	19時16分	5.25	19.27	11月27日	331	7時0分	17時12分	7.00	17.20
5月31日	151	5時11分	19時22分	5.18	19.37	12月7日	341	7時9分	17時11分	7.15	17.18
6月10日	161	5時9分	19時28分	5.15	19.47	12月17日	351	7時16分	17時14分	7.27	17.23
6月20日	171	5時10分	19時31分	5.17	19.52	12月27日	361	7時21分	17時19分	7.35	17.32
6月30日	181	5時13分	19時32分	5.22	19.53						

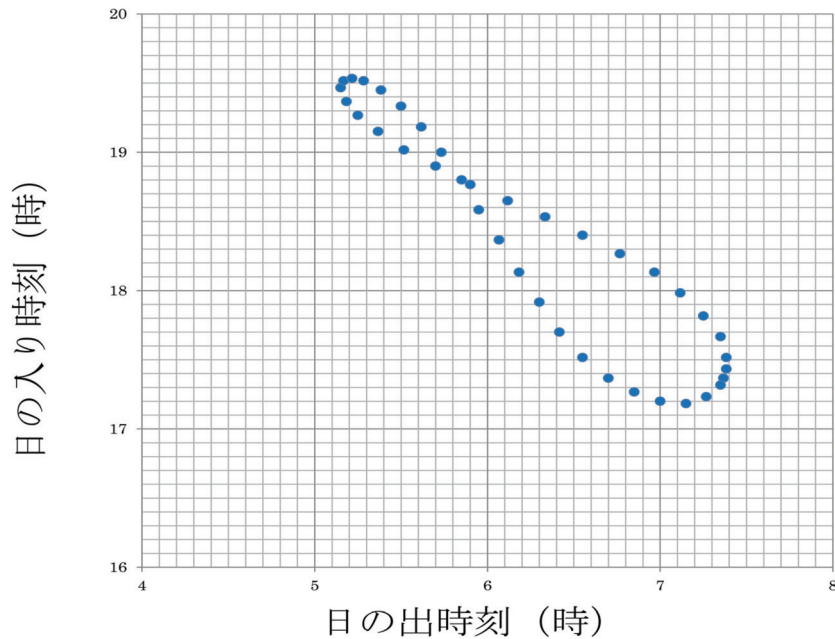


図2 佐賀の日の出時刻(X)・日の入り時刻(Y)によるX-Y グラフ

## 2. 日の出をX軸・日の入りをY軸とするグラフ

さて本題の日の出時刻をX軸，日の入り時刻をY軸とするグラフを作ってみよう。既に述べたことであるが，参考データ（表1 理科年表に掲載された2013年の佐賀の日の出・日の入り時刻）を用いて実際にこのグラフを書いてみると，そこには図2に表示されている通り，斜めに傾いた少し歪んだ「8の字」

の形があらわれるはずだ。

佐賀の日の出・日の入りの時刻がたまたま偶然そのような条件になっているだけで、他の地点は違うだろうと考える人もいるので参考のため、他のいくつかの地点の日の出・日の入り時刻を用いて同様のことを行ってみたのが図3である。

緯度の変化に伴って、緯度の大きい地点のグラフは少し引き延ばされた「8の字」にはなるが、世界中のどの地点をとっても斜めに傾いた、夏至側は小さく弧を描き、冬至側は少し大きく弧を描くような、そしてほんのすこしだけ歪んだ「8の字」という構造は変わらないはずだ（ただし赤道上に位置する地点と高緯度の地点は除く）。

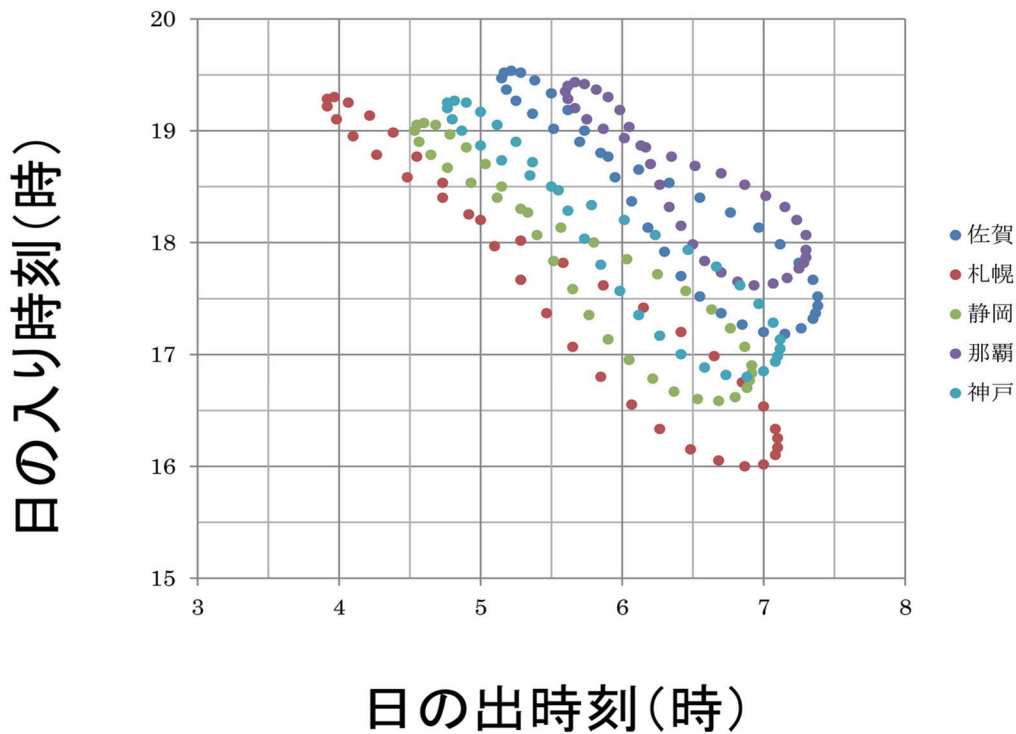


図3 日本各地の日の出(X)・日の入り(Y)時刻によるX-Yグラフ

### 3. 毎日きまった時刻の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」との関係は？

まず「太陽の動きやその影の動きからわかること」で取り上げた内容（参考文献1）に記述された毎日きまった時刻（たとえば正午）の太陽の位置が一年間かけてたどる軌跡は少し歪んだ「8の字」である（図4）ということがわかっている。また本研究テーマの日の出・日の入りによるX-Yグラフ上の「8の字」も傾き方や縮尺が少し違うが同様の「8の字」である。両者の間に何か相関がある（というより同一の構造を持っている）のではないだろうか？

もう少し具体的に考えてみると、日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフ上の「8の字」（図2）をたとえば45度だけ時計回りに回転して、さらに上下および左右方向は適当な倍率で伸縮することになると、毎日決まった時刻（正午）の太陽が一年間かけてたどる軌跡の「8の字」（図4）に重なるのではないかというふうにまず考えてみた。（注：ここでは「正午」と書いたが、正確には、その土地の平均南中時刻を意味している。）

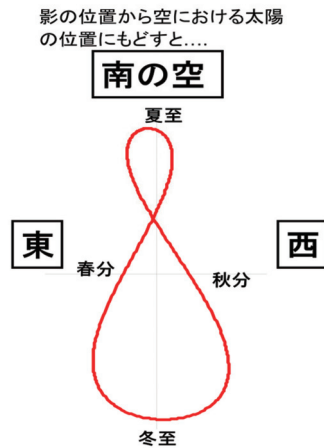


図4 一年間を通して描かれる正午の太陽の位置がたどる南の空の8の字の軌跡  
(実際には、正午の太陽によりできる影の位置を逆算してもとめている)

#### 4. 「8の字」を45度時計回り方向に回転する操作について

日の出時刻をX, 日の入り時刻をYとするX-Yグラフ上の (X, Y) データを回転するためには、数学的には回転行列をかければよい。回転角度をθとして、回転後の新しい座標 (X', Y') は

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

45度だけ時計まわりに回転させる場合は、 $\theta = -45^\circ$  を代入することになる。その場合

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{などとなることに注意すると}$$

$$X' = \frac{1}{\sqrt{2}}(X + Y) \quad Y' = \frac{1}{\sqrt{2}}(-X + Y)$$

つまり45度時計方向の回転の場合は座標軸方向の伸縮を少し無視すれば、そのX, Yの値の和と差から構成される座標 (X+Y, -X+Y) を考えてみるだけでよいことになる。さらにX軸やY軸の一方向にのみさらに拡大縮小されるということも気にしないということであれば、その操作の意味を現実的に意味のある操作にすることができる。

X+Yという操作については、(X+Y) /2という操作にすれば、日の出時刻(X)と日の入り時刻(Y)のちょうど真ん中の時刻を求めるということに対応する。もう少し深く考えれば、その時刻は、太陽の高度が最大となり子午線を通過する太陽の南中時刻に対応しているといえる。

また -X+Y という計算については、つまり Y-X を計算するということで、日の入り時刻から日の出時刻を差し引くということであり、ちょうど太陽が空に昇っているお昼の時間の長さを計算することに対応する。

したがって、少し変則的であるけれども、

$$X' = \frac{1}{2}(X + Y) \quad Y' = -X + Y$$

このような操作を行って、45度回転した佐賀の日の出・日の入りの「8の字」を作ってみると図5のようになる。



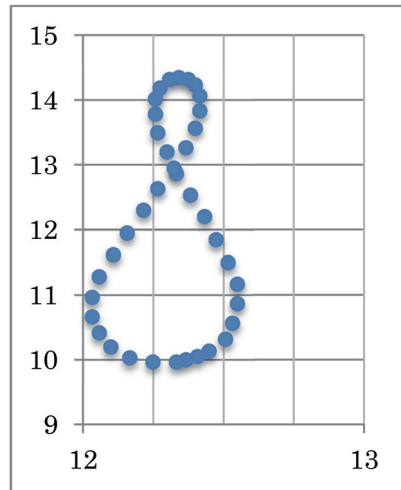


図5 45度時計回り方向に回転した佐賀の日の出・日の入りの「8の字」

佐賀の太陽の平均南中時刻はほぼ12時19分であることに注意してながめれば、図4と図5はよく似ていることがわかる。もうすこしよくながめれば、8の字の歪んでいる向きが少しおかしい。左右がひっくり返っているように思われる。さらに左右をひっくり返す操作 ( $X'' = -X'$ ) をしてみると完全に一致することがあとでわかる。

### 5. 「8の字」の動きをX,Yに分解して考える

参考文献1では、毎日きまった時刻（たとえば正午）の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」の動きを縦軸、横軸方向に分解して考えた（図6参照）。縦軸の動きは太陽の方向に対する地軸の向き、横軸の動きは、均時差（太陽の一年間の平均的な南中時刻と、着目している日の実際の南中時刻の時間差）に対応する時間差を太陽の移動角度に置き換えたものであることがわかっている。

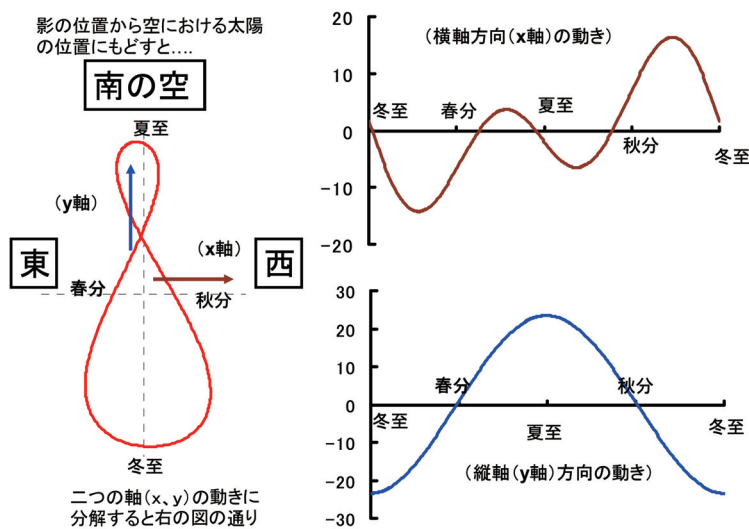


図6 一年間を通して描かれる正午の「8の字」の太陽の動きを縦と横の動きに分解する

同様にして45度時計回りに回転操作した「日の出・日の入りの8の字」も同様に縦軸の動きと横軸の動きに分解してみよう（図7参照）。

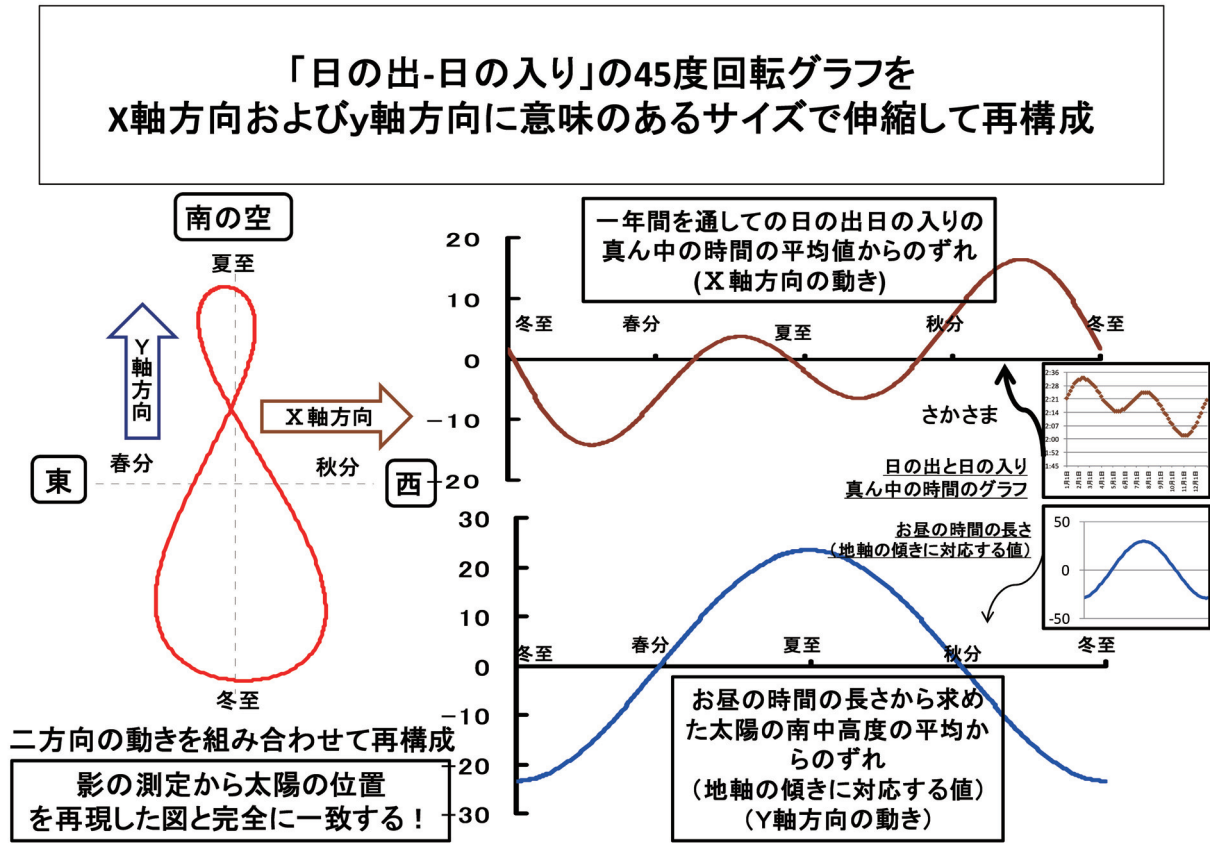


図7 日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフに描かれた「8の字」を45度回転操作したあと左右を反転し縦軸方向と横軸方向の動きに分解したもの

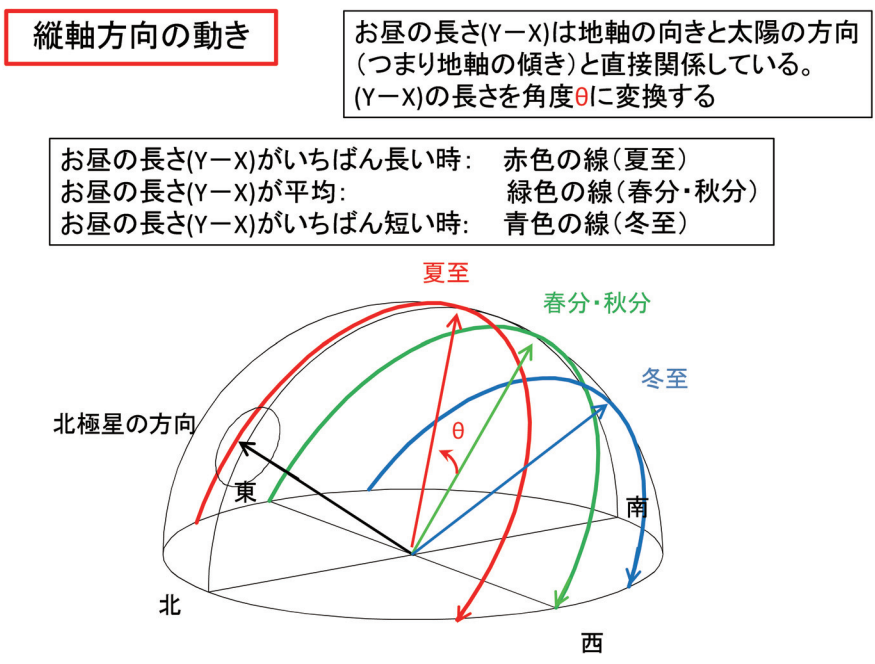


図8 図7における「8の字」の縦軸方向の動きはお昼の長さの時間に対応しさらにそれは地軸の向きと太陽の方向に関係していることを示す図

横軸方向の動きは、日の出時刻と日の入り時刻のちょうど真ん中の時刻に対応しており、その時刻は太陽が南中する時刻に対応するはずであることはすでに述べた通りである。その平均からのずれに注目すると図5の8の字における横軸方向の動きは完全に均時差に対応するものである。また図6の横軸の動きも均時差に対応するもので、その違いは平均からのずれを考えるときの+/-の符号だけであることがわかるので、図4の横軸の動きを+/-の符号だけひっくり返すと全く同じものになる。

縦軸方向の動きは日の入り時刻から日の出時刻を差し引いたお昼の時間の長さに対応する。このお昼の長さは、図8、図9を参照して考えれば、地軸の向きに対して太陽がある方向、つまり太陽の赤緯と密接に相関があることがわかる。日本付近の緯度では、太陽の赤緯とお昼の時間の長さはほぼ比例し、緯度が高くなるにしたがって、お昼の時間の長さの変化が拡大される。このお昼の時間の長さの変化から逆算した、太陽の赤緯の変化を調べ、最終的に図6の縦軸方向の動きと比較するため、太陽の南中高度の春分や秋分の値からのずれという形で表示したものである。

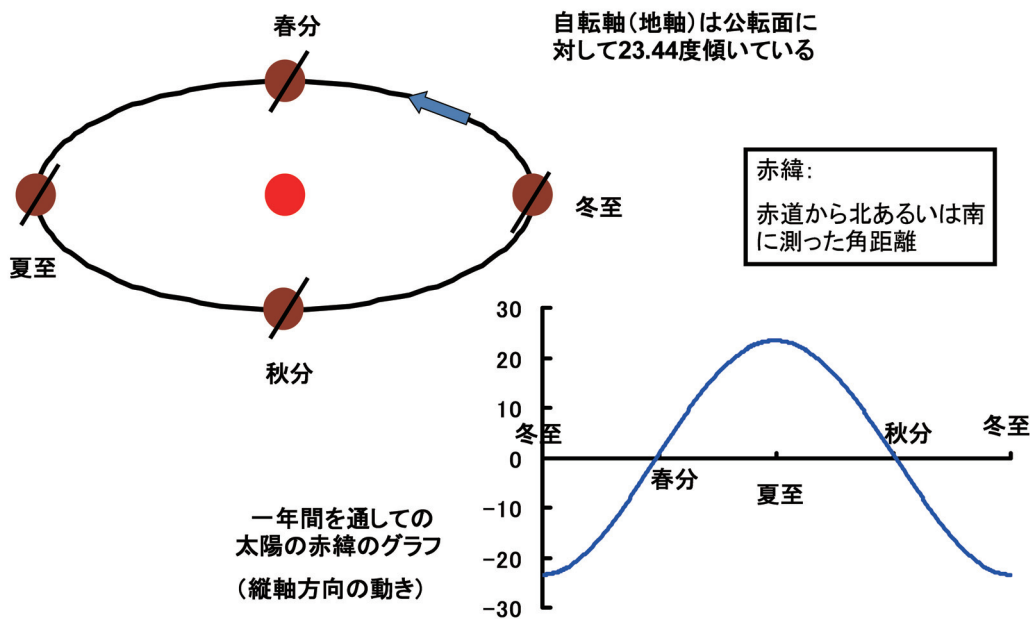


図9 地軸の向きと太陽の方向(つまり赤緯)についての一年間の変化を示すグラフ

したがって図6と図7は構造的に全く同じものであることがわかる。つまり、毎日きまった時刻の太陽のみかけの位置が一年間かけて描く「8の字」と日の出・日の入り時刻により一年間にわたって描けるX-Yグラフ上の「8の字」も構造的にまったく同じものであったと言える。

## 6. 日の出・日の入り時刻によりX-Yグラフから描ける「8の字」が意味すること

日の出・日の入り時刻により一年間にわたって描けるX-Yグラフ上の「8の字」の構造が、毎日きまった時刻の太陽のみかけの位置が一年間かけて描く「8の字」とまったく同じものであるということがわかったので、参考文献1で示された「8の字」の特徴やその振る舞い、その裏に潜む地球の公転軌道や地軸の傾きとの関係についてのすべての議論がそのまま成り立つ。

参考文献1と内容がほとんど同じになるので、多くのことを繰り返して記述することはしないが、日の出・日の入り時刻を毎日測定し、図2のようなX-Yグラフ上に表示される「8の字」状の動きを調べることは、太陽を中心に公転する地球の軌道を精密に測定していることに直接対応している。地球の公転



軌道が楕円軌道で、冬至の日から2週間後にその楕円軌道の近日点があることなどが、原理的にその「8の字」を解析することから逆算できるのである。

もし地球の公転軌道が少し変わってしまった場合は、参考文献1で考慮したのと同様に「8の字」の形状の変化という形であられる。どのような形の変化になるかをわかりやすく考えると、参考文献1では、地球の公転軌道の変化に対応して、毎日きまった時刻の太陽のみかけの位置が一年間かけて描く「8の字」の変化を考えたが、それをを用いて、日の出・日の入り時刻によりできるX-Yグラフの「8の字」の形状を予測することができる。まず毎日正午の太陽の位置が一年間かけて描く「8の字」を、まず左右反転し、さらに観測地点の緯度を考慮して、上下方向に伸縮し、その図形を時計まわりとは反対方向に45度回転を行えば、日の出・日の入り時刻により一年間にわたって描けるX-Yグラフ上の「8の字」が求められるというわけだ。

参考文献1で考慮した通りであるが、最後にいくつかおもしろい例をあげておくと、現在は、図2の「8の字」は夏至の側では、小さな弧を描いて回転し、冬至側の点で大きな弧を描いて回転しているが、もし長い時間が経過し、地軸の歳差運動が進んで、夏に近日点という条件になったとすると、観測される日の出・日の入りの「8の字」は夏至側と冬至側の弧の大きさが反転するはずである。また、もし地球軌道がなんらかの原因で、楕円軌道の離心率が大きくなってしまったとすれば、日の出・日の入りが描く軌跡は、もはや「8の字」ではなく、歪んだ「0の字」や涙型などになってしまう。また地球の軌道が楕円軌道ではなく、完全な円であれば、その「8の字」は夏至側と冬至側で対称の弧をもつ「8の字」になるだろう。

## 7. おわりに

「日の出・日の入り時刻によるX-Yグラフから描ける不思議な8の字」ということで、あれこれとここまで書いてきた。よく考えてみれば、当然ながら、「日の出時刻」や「日の入り時刻」それ自体だけでも、地球の公転軌道や地軸の傾きの影響を受けて変化しているはずであるが、すぐには直感的に理解できない形で複雑に関係しているので、観測している場所の緯度等をあらかじめよく把握した上できちんと数値シミュレーション等を行わない限りはその関係に気がつかないというのが現状である。「日の出」と「日の入り」の二つを組み合わせ、その変化をX-Yグラフで表示するという単純化により、その裏で複雑にからんでいたものが互いにキャンセルし、地球の公転軌道などからむ特徴が「8の字」の形状という形ですこし直感的に理解できるようになったということが本研究のひとつの成果であるといえる。

日の出・日の入りの時刻がこのような「8の字」のグラフになるということは、はじめてそのことを知った多くの人の興味をひくと考えられる。そのようなことに興味をもったことをきっかけとして、参考文献1の内容とも組み合わせ、さらに何らかの形で、よい理科教育のプログラムに発展することができればいいなと考えているところである。

## 参考文献

- 1) 大隅秀晃・角縁進・高島千鶴・中村聡 太陽の動きやその影の動きからわかること 佐賀大学教育実践研究 第30号 平成25年度 pp. 81-92
- 2) 理科年表 (丸善出版)