

毛管帯を有する浸透に関する研究

細山田 健 三*
(土地改良学研究室)

Studies on Percolation with the Capillary Zone

KENZO HOSOYAMADA
(Laboratory of Land Melioration)

Summary

The author studied the problems of percolation with free surface accompanying the capillary zone, that is "unconfined percolation".

Up to this time, various formulas on "unconfined percolation" have been presented, but the investigations on the effects of the capillary zone have been incomplete, and there have been only a few formulas on it.

As a matter of fact, percolation phenomena with free surface accompanies more or less the capillary zone and the mistakes in the various formulas heretofore in use become clear by means of the model test. In the prototype, a percentage of the capillary zone is smaller than in the model, so we can disregard the capillary zone, but in the model we are in great error if we disregard the capillary zone.

This paper deals with the method of analysis and the formulas considering the capillary effect.

Chapter (I) is a preface which gives a motive for this study, a comment of a past paper and a brief explanation of Chapters (II)~(VII).

In chapter (II), the author deals with the distribution of soil moisture content in the case where level ground-water was given to the air-dried soil.

In the first, he induced the differential equation (II-8) after consideration of surface tension, gravity force and flow resistance as follows:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R^2 \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\theta}{R^2} \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (II-8)$$

Next, on the assumption that the coefficient of resistance "R" was constant or the function of degree of saturation "θ", formulas (II-10), (II-11), (II-14) (II-15) were gained.

* 佐賀大学 農学部

In case of steady state, the solutions were compared with the author's experimental values. When "R" was the function of degree of saturation, the solutions were gained by an electronic digital computer.

In chapter (III), the laws of analogy of percolation were induced from the dimensional analysis or fundamental equation of percolation after Nakamura's theory. Theoretical formulas in case of disregard of the capillary zone is shown in formula (III-1) or (III-14) that is:

$$k_r^2 = L_r \dots \dots \dots \text{(III-1)}, \quad L_r = T_r \dots \dots \dots \text{(III-14)}$$

In case of consideration of saturated capillary zone, if formula (III-1) is adopted, a special process, that is "cut off" or the formula (III-17) is necessary with the author's original method that is:

$$k_r^2 = h_{cr} = L_r \dots \dots \dots \text{(III-17)}$$

In case of consideration of unsaturated capillary zone, formulas (III-20), (III-21) is necessary that is:

$$k_{(\theta)r}/k_r = 1 \dots \dots \dots \text{(III-20)}, \quad P_r/\rho_r \cdot g_r/H_{ur} = 1 \dots \dots \dots \text{(III-21)}$$

In chapter (IV), as one of the series of studies on procolation through the rectangular or sloping dike with free surface, free surface, seepage surface, stream line, velocity distribution, discharge and capillary potential were investigated.

Special features of these devices are:

- (i) tensiometers are put in the capillary zone,
- (ii) a mercury thermal regulator, a relay and a heater are connected in order to keep constant water temperature in percolation.

Special features of the experimental procedures are:

- (i) a probe potentiometer was used in order to pursue the free surface,
- (ii) free surfaces were sought at the three stages "not cut off", "half cut off" and "cut off" after banking several centimeters up to the upper limit of the capillary zone.

The author compared the results with the equation (IV-2) by Dupuit and Casagrande and the equation (IV-4) when h_s is obtained from the experimental results. Equations (IV-2), (IV-4) are shown as follows:

$$Y^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{L} X + y_1^2 \dots \text{(IV-2)}, \quad Y^2 = \frac{y_2^2 - (y_1 + h_s)^2}{L} X + (y_1 + h_s)^2 \dots \text{(IV-4)}$$

He found that the equation (IV-2) did not come true when a capillary zone existed and the equation (IV-4) coincided nearly with the experimental results in the downstream 1/4 of the dike when h_s was the experimental value, and the equation (IV-2) came true in the upstream 3/4 part when "cut off".

In the case "cut off", the experimental and theoretical values of the stream lines and velocity distribution, when the seepage surface h_s was taken into consideration were shown in Figs. (IV-18), (IV-21) and (IV-31).

As for the percolation discharge, Fig. (IV-36) shows the author's experimental values

plotted on the diagram of T.G. Chapman.

As for the capillary potential, a tensiometer of porous unglazed pottery connected to the manometer was put in the capillary zone under percolation, and the capillary potential (pF values) was measured, as shown in Fig. (IV·37).

In chapter (V), the author applied the Iteration Method to the steady seepage flow with free surface and obtained the satisfactory results compared with the experimental results.

He found that:

- (i) when it was assumed that the boundary at which colouring matter flowed and was retarded was a domain in which the phenomena of steady seepage flow with free surface participated, the highest inductive capillary surface at the upper stream was equal to saturated capillary height at the free surface in case of a rectangular dike:
- (ii) when Iteration procedure was carried on for all networks after a rectangular or sloping form dike had been netted along the highest inductive capillary surface and the potentials at the upper and lower stream surface had been given, potential distribution of the steady seepage flow with capillary zone was obtained:
- (iii) in order to obtain a potential distribution of this experimental dike, the Iteration Method might be pushed according to known potentials of the internal points on the free surface surveyed:
- (iv) it was verified that equation (V·2) could be applied when the highest inductive capillary surface was not obtained in case of application of an actual dike, but future investigation was necessary to obtain H_c for a slope form dike:
- (v) when the potential distribution was obtained, seepage flux was gained by equation (V·3) owing to the flow nets without a great difference in the experimental values.

In chapter (VI), the seepage surface (H_s), discharge (Q_c) with Cauchy's integral theorem applied to the rectangular or sloping dike (1:2) with capillary zone and the method by other investigators were covered. Presumptive boundary conditions of the rectangular dike (1:2) are in Tables (VI·1)~(VI·4) for Figs. (VI·7)~(VI·10), with the additions of $\varphi_F \doteq \varphi_{F'}$ to Fig. (VI·7), and $\varphi_G \doteq \varphi_{G'}$ and $\varphi_F \doteq \varphi_{F'}$ to Figs. (VI·8)~(VI·9).

Judging from the results of the applications under the assumptions that the "highest inductive capillary surface" (a tentative name) is linear or quadratic of Y in the rectangular dike, Table (VI·1) for Fig. (VI·1) and Table (VI·4) for Fig. (VI·4) (when it is quadratic) seem to be correct assumptions. Table (VI·3) for Fig. (VI·3) is also correct, when the width of the dike L is relatively small and the "highest inductive capillary surface" is quadratic of Y .

In the sloping dike (1:2), Table (VI·1) for Fig. (VI·7) with the addition of $\varphi_F \doteq \varphi_{F'}$, is correct, when the "highest inductive capillary surface" is linear of Y .

In chapter (VII), the steady or unsteady state percolation through the dike of mounded stone and earth with a gentle grade on Nagasaki enclosing dike was experimentally investigated (model scale 1/25).

Formula (III·1) was used for the laws of analogy of this model test, that is, $k_m = k_p/5$.

The author emphasized that "cut off the capillary zone" was a necessary management in steady state percolation test in this case.

Free surface, stream lines, velocity and discharge were gained at outer water level $+3.79^M$ or $+2.02^M$ and inner water level -9.00^M .

In case of the unsteady state percolation test, time lag of the inner water of the dike was very small and form of free surface was quadratic as the steady state. The author considered that larger size soil particles and more viscous fluid than in the case of the model should be used to realize more fully the unsteady state percolation model test.

Laboratory of Land Melioration
Faculty of Agriculture
Saga University
Saga, Japan

目 次

第 I 章 緒 論	47
第 II 章 毛管力による土壌水分分布	48
第 1 節 概 説	48
第 2 節 微分方程式の誘導	49
第 3 節 筆者の実験および毛管高に関する既往の研究	52
第 1 項 筆者の実験および結果	52
第 2 項 毛管高に関する既往の研究と筆者の実測値	54
第 4 節 定常の場合の飽和度 θ の分布	55
第 1 項 R , すなわち k を θ の関数としない場合	55
第 2 項 R , すなわち k を θ の関数とした場合	62
第 5 節 非定常の場合の θ の分布について	64
第 1 項 R , すなわち k を θ の関数としない場合	64
第 2 項 R , すなわち k を θ の関数とした場合	67
第 III 章 浸透流の相似律	67
第 1 節 序 論	67
第 2 節 浸透流の一般的相似理論	69
第 1 項 次元解析	69
第 2 項 一般的な基礎方程式からの誘導	69
第 3 節 模型実験への適用	71
第 1 項 実物において毛管帯の影響が小さい場合	71
第 2 項 実物において毛管帯の影響が大きい場合	71
第 IV 章 自由水面を有する浸透における毛管帯の影響	75
第 1 節 概 説	75
第 2 節 実 験 方 法	75
第 3 節 自由水面, 浸出面	76
第 4 節 浸透流線, 流速, 流量, 毛管ポテンシャル	84
第 1 項 浸透流線, 流速	84
第 2 項 浸 透 流 量	90
第 3 項 毛管ポテンシャル	91
第 V 章 毛管帯を考慮した浸透現象に関する Iteration Method の研究	93

第1節	まえがき	93
第2節	Iteration Method	93
第3節	実験方法	97
第4節	本法の適用と実験結果	98
第1項	等ポテンシャル線, 自由水面	98
第2項	浸透流量	106
第VI章	毛管帯を考慮した浸透現象への Cauchy の積分定理の応用	110
第1節	まえがき	110
第2節	浸透流への Cauchy の積分定理の適用について	110
第3節	長方形堤への適用	111
第1項	仮定条件の検討	111
第2項	計算例と実験結果	118
第4節	傾斜堤 (1:2) への適用	120
第VII章	石積盛土の複合堤防内の浸透実験	123
第1節	概説	123
第2節	干拓堤防の浸透模型実験	124
第1項	まえがき	124
第2項	実験装置	125
第3項	材料の調整	126
第4項	実験方法および実験結果	126
	(A) 定常流の場合	126
	(B) 非定常流の場合	132
第VIII章	総括	140
	主な記号	141
	参考文献	142

第I章 緒 論

干拓堤防, アースダム, 河川堤防等の堤体内部を水が浸透する場合, いわゆる自由水面が存在し, かつその上部に負圧を有する毛管帯が付随している。

本論文は堤体, あるいは構造物からきりはなして考えた基礎部の浸透—いわゆる被圧浸透—についてではなく, 堤体中の自由水面, 毛管帯を有する浸透—いわゆる不圧浸透—について, 毛管帯が従来の理論にどのような影響をおよぼしているかという点に主眼をおいて研究したものである。

筆者は九大干拓工業教室において, 長崎大干拓第1線縮切堤防の予備実験, それについての大規模な浸透模型実験にたずさわり, 浸透問題について学ぶところが多かった。

その時, 自由水面 (以下本論文では一般的にいわれているように大気圧と等しい面のことであり, 最上流線, 浸潤線とは区別している) の形が Dupuit 等の自由水面式と異なっていること, その上部に付随している毛管帯の流速が相当大きく, かつ自由水面を横切る流線が存在し, 模型実験では相似性が成立せず, かつ毛管帯の流れがノリ面崩壊に大きな関係があることを見出した。その後, ひきつづいて自由水面, 毛管帯を有する浸透現象について実験的, 理論的研究を重ねた。

従来, 浸透問題に関する多くの研究の中で, この点に特に注目した研究は比較的少ない (文献 (1)~(9))。この種の研究でわが国で代表的なものは故秋葉満寿次博士の「誘動毛管水の研究¹⁾」が

あげられる。すなわち

- (1) 誘動毛管水とは「地下水面に接する毛管帯の水分が地下水の流動にともない、これに類似した運動をなす毛管水を指し、その運動を誘起する力は重力作用であり、特殊のサイフォン運動である」と定義されている。すなわち、ガラス曲管をサイフォン管とし、その中に砂をつめた場合の水の流れと、長方形土体に水位差を与えて自由水面上の毛管帯の水の流れを対比して、両者の差異を見出しつつも、その運動原因として根本的に同一であり、2点間の運動は水頭差によるものとした。このことは、誘動毛管帯の水の流れは一般浸透現象と同様、ポテンシャル流であることを主張している。ただ、そのように説明するならば、水頭差を生ずるのは、表面張力、付着力、重力等が総合された毛管力に起因していることを指摘しておく必要がある。
- (2) 誘動毛管水の速度分布の点では、微細水層が運動する際に作用する抵抗力をせん断抵抗力と考へて、流速の式が誘導されているが、相対速度のない場合、たとえば、水面からの毛管上昇の場合に考へた毛管水流動に対する抵抗力を付加すべきである。しかし、数多くの実験によって誘動毛管帯の流線、流速が刻明に記録されており、無視できないものであることを力説した点、画期的な論文であった。
- (3) 誘動毛管水量については、誘動毛管水の速度を誘動毛管帯領域で積分して求め、全浸透流量を自由水面以下についての従来^の式に付加して求めている。自由水面以下の平行流地下水、放射流地下水の従来^の流量公式を、i) Dupuit の方法、ii) Hamel の方法、iii) 物部の方法、iv) R. Dachler の方法、v) potential 関数にフーリエ級数を利用した方法、を適用して公式が導かれている。

さて、筆者はこれらの諸論文を参考にして、まず、第II章で地下水面上垂直方向の毛管現象、特に水分量分布（飽和度で示す）についてのべ、第III章では浸透流における一般的相似律を導き、さらに、実際的には毛管帯を考慮した処置の必要性和手段についてのべた。第IV章、第V章、第VI章では、筆者の浸透実験をもとにして、誘動毛管現象のは握、T. G. Chapman の研究の検討、毛管帯を考慮した場合の Iteration Method, Cauchy の積分定理の応用によって、自由水面、浸出面、浸透流線、流速、流量、毛管ポテンシャル等についてのべた。第VII章では、石積盛土の複合緩傾斜堤として、長崎大干拓標準断面を実験の対象に選んで、はじめ石積部分と盛土部分の水の運動の概略をつかみ、つぎに相似条件 (III・1) 式を満たす場合の問題点を予備実験により見出して本実験を行ない、その実験方法と結果についてのべた。

本研究を行なうあたり、終始御懇篤な御指導と御校閲をたまわった恩師九州大学教授高田雄之博士に対して、心から感謝の辞を捧げたい。さらに原稿校閲の労をとられた九州大学教授藤川武信博士、同助教授加来 研博士、本研究の遂行にあたって一部共同実験を仰いだ鹿児島大学助教授河原田礼次郎博士、数式の電子計算機によるプログラム化等について御援助いただいた佐賀大学教授田中宏平博士、同講師国武昌人氏に対して厚く御礼申し上げたい。また原稿のとりまとめに参加していただいた野田博子嬢、その他研究室の皆様に対して、記して感謝の意を表する。

[本論文は九州大学に提出した博士論文(昭和41年7月12日付交付)に1部加筆したものである]

第II章 毛管力による土壌水分分布

第1節 概 説

風乾状態の砂質土壌体の下部に地下水面を与え、毛管力により水が浸潤してゆく場合の土壌水分の垂直分布を推定することを試みた。粒度分布、間ゲキ率等は、たとえサンプルの測定がされ

たとしても、不均一性、遊離気泡の存在は免れないが、それらの影響は無視して、つぎのように考えた。

(1) まず土壤中の微小直六面体に働らく諸力から運動方程式を求め、これに対する連続方程式とから、微分方程式を導出し、その中に含まれる R (毛管流動に対する抵抗力に関する抵抗係数) を飽和度 θ に無関係な定数とした場合

[a] 定常の場合

(i) 毛管水が地表面に達して、土壤水面は毛管力と地表面蒸発によって定常になったとすれば、表面と任意の深さの飽和度を境界条件として、(II・11) 式の解が得られる。

(ii) 毛管水が地表面に達しない場合は、表面蒸発を無視して、土壤内 2 点の飽和度を境界条件として、(II・11) 式の解が得られる。

[b] 非定常の場合

(i) 初期条件と地下水面、毛管最上端を境界条件として、(II・10) 式の解が得られる。

(2) R を θ の関数とした場合

定常、非定常いずれの場合も、微分方程式を解くことは困難であるから、無次元化した式を階差方程式になおして、電子計算機による数値解が得られる。

第 2 節 微分方程式の誘導

Fig. (II・1) のように、不飽和毛管帯中に微小直六面体を考え¹⁰⁾、この六面体の中の毛管水に働らく諸力を考えると、

- ① 表面張力によって引きあげられる力。これは六面体の上面と下面に働らく表面張力の差である。
- ② 毛管水の重さ
- ③ 毛管水流動に対する抵抗力

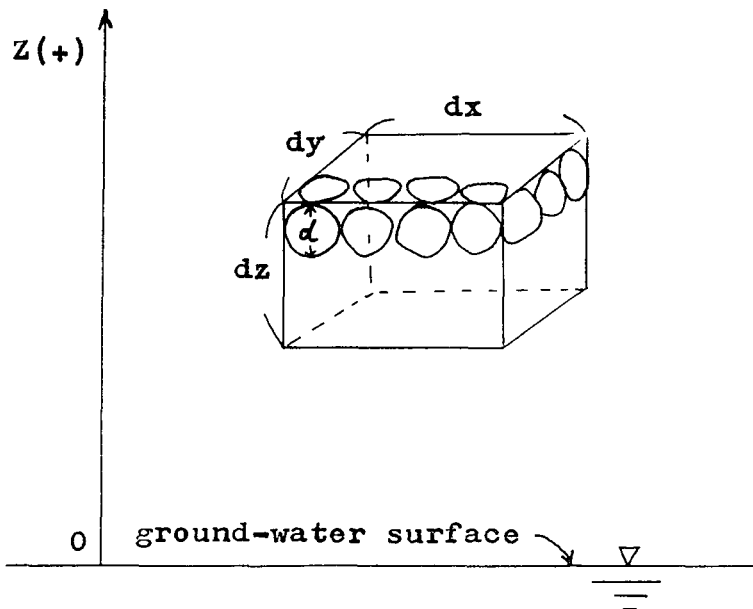


Fig. (II・1)

Enlarged figure of very small cuboid above ground-water surface

まず、上面での表面張力を考えるにあたって、土粒子は均一粒径と考え、粒子1コの平均直径*を d 、間ゲキの形は土粒子同様複雑であるが、粒子と同様球状をなし、その直径を d_1 、間ゲキの数は土粒子の数 n に等しいと仮定する。上面での土粒だけの体積： $\frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot n = dx \cdot dy \cdot d \cdot (1-\lambda)$

$$\therefore n = \frac{6 \cdot dx \cdot dy \cdot (1-\lambda)}{\pi d^2} \quad (\lambda: \text{間ゲキ率})$$

上面での間ゲキだけの体積： $dx \cdot dy \cdot d \cdot \lambda$

$$\text{〃 間ゲキ1コの体積: } \frac{dx \cdot dy \cdot d \cdot \lambda}{n} = \frac{\pi d_1^3}{6}$$

$$\therefore d_1 = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot dx \cdot dy \cdot d \cdot \lambda}{n \pi}} = d \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda}{1-\lambda}}$$

直径 d_1 の間ゲキがじゅずつなぎになっている細管を毛管水が昇るわけであるが、表面張力は気孔面積 $(1-\theta^{**}) \cdot \lambda \cdot dx \cdot dy$ に比例し¹⁾、水と土粒子の接触角 ϕ は $0 \sim 10^\circ$ と考えられるので、 $\cos \phi \doteq 1$ とすれば、上面に働らく表面張力は

$$\begin{aligned} T \cdot n \cdot \pi d_1 \cdot (1-\theta) &= T \cdot \frac{6 \cdot dx \cdot dy \cdot (1-\lambda)}{\pi d^2} \cdot \pi \cdot d \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda}{1-\lambda}} \cdot (1-\theta) \\ &= \frac{6T}{d} \cdot \sqrt[3]{\lambda \cdot (1-\lambda)^2} \cdot dx \cdot dy \cdot (1-\theta) \\ &= K \cdot (1-\theta) \cdot dx \cdot dy \quad \text{ただし } K = \frac{6T}{d} \cdot \sqrt[3]{\lambda \cdot (1-\lambda)^2} \text{ とおく} \end{aligned}$$

つぎに下面での表面張力は、

$$K \cdot \left[(1-\theta) + \frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot dz \right] dx \cdot dy$$

ゆえに表面張力によって引きあげられる力は

$$-\frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot K \cdot dz \cdot dx \cdot dy \dots\dots\dots \text{(II-1)}$$

$$\text{毛管水の重さは, } \rho \cdot \theta \cdot \lambda \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot g \dots\dots\dots \text{(II-2)}$$

毛管水流動に対する抵抗力は水の上昇速度を v 、抵抗係数を R とすれば

$$R \cdot v \cdot \rho \cdot \theta \cdot g \cdot \lambda \cdot dx \cdot dy \cdot dz \dots\dots\dots \text{(II-3)}$$

流速はおそいので運動の慣性を無視して、(II-1)、(II-2)、(II-3) 式の釣合いを考えることによって運動方程式が求まる。すなわち (II-4) 式が得られる。

* Zunker が提唱した有効直径を用いた。

** θ は飽和度 (小数表示) であり、

$$\theta = \frac{w \cdot G_s}{e} = \frac{(1-\lambda) \cdot w \cdot G_s}{\lambda}$$

[G_s : 真比重 λ : 間ゲキ率]
[w : 含水比 e : 間ゲキ比]

$$\theta \cdot g + R \cdot v \cdot \theta \cdot g + \frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot \frac{K}{\rho \lambda} = 0 \dots\dots\dots (II\cdot 4)$$

これに対する連続方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} dx \cdot dy \cdot dz = -\theta \cdot v \cdot dx \cdot dy + \left(\theta \cdot v - \frac{\partial(\theta \cdot v)}{\partial z} dz \right) \cdot dx \cdot dy$$

$$\therefore \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial(\theta \cdot v)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (II\cdot 5)$$

(II・4) 式と (II・5) 式から v を消去するために、まず (II・4) 式を z で偏微分すると、

$$g \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} + v \cdot \theta \cdot g \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} + R \cdot g \cdot \frac{\partial(\theta \cdot v)}{\partial z} + \frac{K}{\rho \cdot \lambda} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \dots (II\cdot 6)$$

(II・5) - $\frac{(II\cdot 6)}{R \cdot g}$ を計算すると

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{v \cdot \theta}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \dots (II\cdot 7)$$

(II・4) 式より $v \cdot \theta = -\frac{K}{\rho \cdot g \cdot R \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\theta}{R}$ なるゆゑ、

(II・7) 式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R^2 \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\theta}{R^2} \cdot \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

$$- \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (II\cdot 8)$$

定常状態を考えると、

$$\left(1 - \frac{\theta}{R} \cdot \frac{dR}{d\theta} \right) \frac{d\theta}{dz} + \frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda} \cdot \frac{d^2 \theta}{dz^2}$$

$$- \frac{K}{\rho \cdot g \cdot R \cdot \lambda} \cdot \frac{dR}{d\theta} \cdot \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = 0 \dots\dots\dots (II\cdot 9)$$

ここで筆者は抵抗係数 R を k (透水係数) の逆数とし、 k を θ の関数としない場合を求めてみた。すなわち (II・8)、(II・9) 式の $\frac{\partial R}{\partial \theta}$ 、 $\frac{dR}{d\theta}$ を 0 とおけば、

(II・8) 式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot R} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \dots\dots\dots (II\cdot 10)^*$$

* これらの式の K については第4節でのべるところ本間単に表面張力に関する係数として、実用上の値を与えていない (文献(10)参照)。

(II・9) 式は

$$\frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (II\cdot11)^*$$

筆者はまた R を $k_{(\theta)}$ (飽和度 θ における不飽和透水係数) の逆数として, $k_{(\theta)}$ を次式のごとく θ の関数として与えて, 微分方程式を導出した.

$$k_{(\theta)} = k \cdot \frac{\theta - a}{1 - a} \quad \dots\dots\dots (II\cdot12)^{**}$$

$$R = \frac{1 - a}{k \cdot (\theta - a)} \quad \dots\dots\dots (II\cdot13)$$

ただし a は定数で $0 \sim 0.2$ の値である.

(II・13) 式を用いて (II・8), (II・9) 式を計算すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{k(2\theta - a)}{1 - a} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{K \cdot k}{\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot (1 - a)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 \\ - \frac{k(\theta - a) \cdot K}{\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot (1 - a)} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (II\cdot14) \end{aligned}$$

$$(2\theta - a) \cdot \frac{d\theta}{dz} + \frac{(\theta - a) \cdot K}{\rho \cdot g \cdot \lambda} \cdot \frac{d^2 \theta}{dz^2} + \frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda} \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = 0 \quad \dots\dots (II\cdot15)$$

となって定常, 非定常の場合の微分方程式が得られる.

第3節 筆者の実験および毛管高に関する既往の研究

第1項 筆者の実験および結果

Fig. (II・2) のごとく, 60cm×60cm×60cm プリキ製の箱に, 底面と底から10cmまでの側壁に無数の小孔を明け, 風乾状態の土をつめ (真比重 2.64, 間ゲギ率 0.51, 粒度試験結果は Fig. II・3 に示す), 底面から 7.0cm の高さまで地下水を与えた. 土をつめる途中でマッチ箱大の手製の金網箱 (Fig. II・2) を地下水面から 5cm, 10cm, 15cm, 20cm の高さの土中に埋めた. 地下水面が一定を保つように注水して, 5日後に金網箱をひきあげ, 毛管高 H , 飽和度 θ を測定した結果, Table (II・1) を得た. 水温は $22^\circ\text{C} \pm 1$ であった.

* これらの式の K については第4節でのべるとく本間 は単に表面張力に関する係数として, 実用上の値を与えていない (文献(10)参照).

** この式については, この他 Irmay の式等があり, 議論の余地を残している (文献(11)参照).

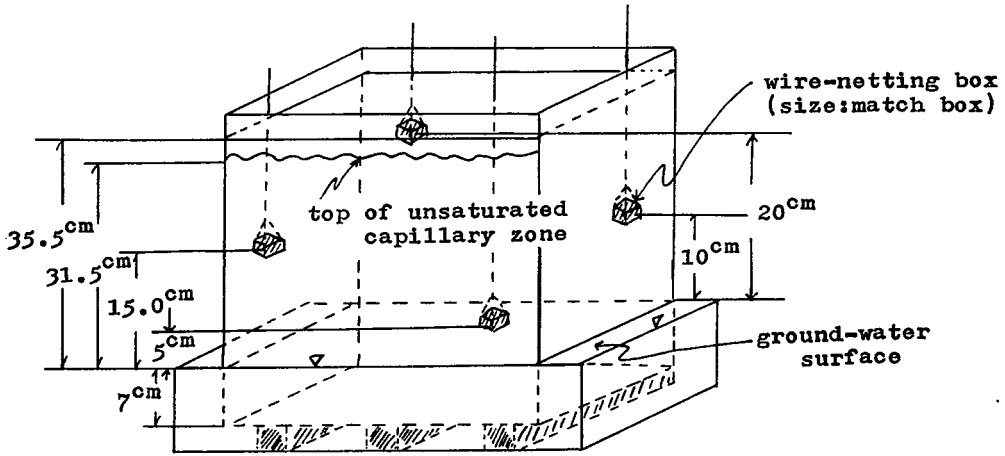


Fig. (II.2)
Apparatus for the measurement of moisture content

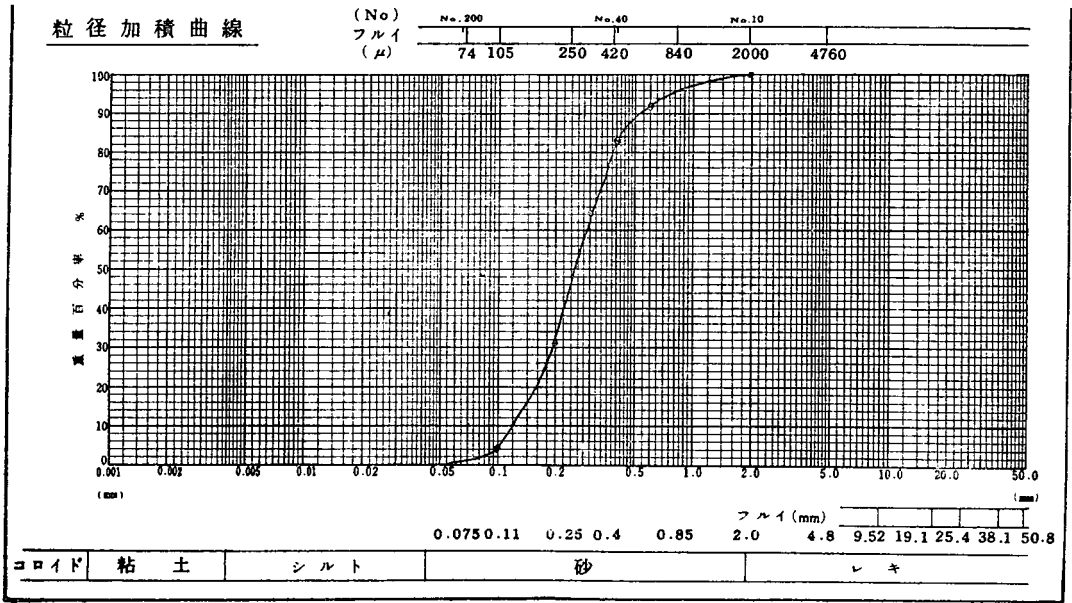


Fig. (II.3)
Result of mechanical analysis

d_w (cm)	G_s	λ	K (g/cm ²)	k (cm/S·20°C)	H (cm)	Z (cm)	w	θ	water temp. °C
0.0204	2.64	0.51	10.8	2.75×10^{-3}	31.5	5	0.358	0.910	22°C ± 1
						10	0.299	0.761	
						15	0.215	0.547	
						20	0.170	0.432	

Table (II.1)
Result of experiment on θ distribution

第2項 毛管高に関する既往の研究と筆者の実測値

Fig. (II.4) のごとく、ガラス管内に均一に土砂をつめ、静水中に立てると、肉眼上かなり明瞭に飽和毛管と見られる毛管帯から不飽和に移行する境界を識別できる。しかし充分毛管帯を形成し終わったときには、飽和帯と思われるところに遊離気泡の存在を認めるようになるから、事実上飽和毛管高はごく小さいものと考えるべきである。

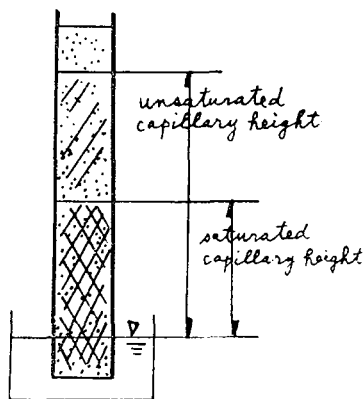


Fig. (II.4)
Representation of capillary heights

Mitscherlich, Zunker, Kozeny 等によって論ぜられた、砂中毛管上昇高 (H) の諸理論は、結果としてほぼ同じ形の式が得られた。すなわち、

$$H'_u = \frac{T}{\rho \cdot g} \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{6}{d_w} = 3\alpha \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_w} \dots\dots\dots (II.16)$$

- T : 表面張力, ρ : 水の密度
- λ : 間ゲキ率, d_w : 土の有効直径
- α : 毛管常数 = $\frac{2T}{\rho \cdot g} = 0.148 \text{ cm}^2 / 20^\circ\text{C}$

しかし、(II.16) 式を導く場合、天然の砂を球形と仮定して導いておると同時に、土砂の間ゲキを円筒形空ゲキとし、また間ゲキをすべて水が充満していると仮定しているから、このままでは不飽和毛管高はもちろんのこと、飽和毛管高を表わすには無理である。そこで守島¹²⁾ はこのような形の式にある常数 C をかけることによって (飽和毛管高の場合 C₁ = 1.03 ~ 1.33, 不飽和毛管高の場合 C₂ = 2.0 ~ 2.1), 毛管高を現わすことを理論と実験の裏付けによって提案した (II.17) 式).

この場合、実験は Fig. (II.3) に示すような方法である。

$$H'_{s-u} = C \cdot \alpha \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_w} \dots\dots\dots (II.17)$$

山崎¹³⁾ は係数 K を毛管粒形係数と仮称して、特殊の装置¹³⁾ にて砂層中の毛管水の負圧高 (h) を測定し、(II.16) 式で求められる毛管高 (H) との比 ($K = \frac{H}{h}$) を求めた。また Fig. (II.2)

の方法によっても求め、 $K \approx 1.3 \sim 2.0$ 程度の結果を得た。本間¹⁰⁾ は平均粒径を d_0 としたとき、(II・21) 式を妥当としている ($d_0 \approx d \approx d_w$ とした)。

これらの研究から、単位 cm、水温 20°C で表わすと、

$$\text{飽和毛管高} : H'_s = 0.148 \cdot C_1 \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_w} \dots\dots (II \cdot 18) \text{ (守島)}$$

$$\text{不飽和毛管高} : H'_u = 0.148 \cdot C_2 \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_w} \dots\dots (II \cdot 19) \text{ (守島)}$$

$$" : H'_u = 0.44 \cdot \kappa \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_w} \dots\dots (II \cdot 20) \text{ (山崎)}$$

$$" : H'_u = 0.446 \cdot \frac{1-\lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{d_0} \dots\dots (II \cdot 21) \text{ (本間)}$$

その他、飽和毛管高を閉鎖吸引毛管高、閉鎖耐久毛管高、不飽和毛管高を開放吸引毛管高、開放耐久毛管高に分類して、種々の土についての実験的研究があるが¹⁴⁾、理論上の定説までには至っていない。

計算例

これらの諸式で計算した値と筆者の実測値と比較して、Table (II・2) に示す。

Formulas	(II・16)	(II・18)	(II・19)	(II・20)	(II・21)	exp.
Capillary Height	21.0cm	7.2cm 9.3cm	15.1cm 17.4cm	25.0cm 33.3cm	21.0cm	31.5cm
note	un-saturated	saturated	un-saturated	un-saturated	un-saturated	un-saturated

Table (II・2)
Comparison of various theories and experiment for capillary height

Table (II・2) から判断すれば、(II・20) 式から求まる値が実験値に近いようである。飽和度の測定 (本節第 1 項参照) から考えられることは、実際は飽和毛管帯はほとんどなく、肉眼で飽和帯とみられるところも、遊離気泡のため、いく分不飽和帯である。

第 4 節 定常の場合の飽和度 θ の分布

第 1 項 R , すなわち k を θ の関数としない場合

この場合は、線型微分方程式 ((II・11) 式) に境界条件を与えることによって解を得る¹⁵⁾。

(1) 比較的高い地下水が供給され、地表面蒸発を考慮して、毛管帯内のある深さ (1 点) の飽和度が与えられた場合 (Fig. II・5)。

飽和度が既知である 1 点を $z=0$ と考え、

$$\text{境界条件} \quad \begin{cases} z = 0 \rightarrow \theta = \theta_1 \\ z = H \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial z} = h \cdot \theta \end{cases}$$

として (II・1) 式を解く。

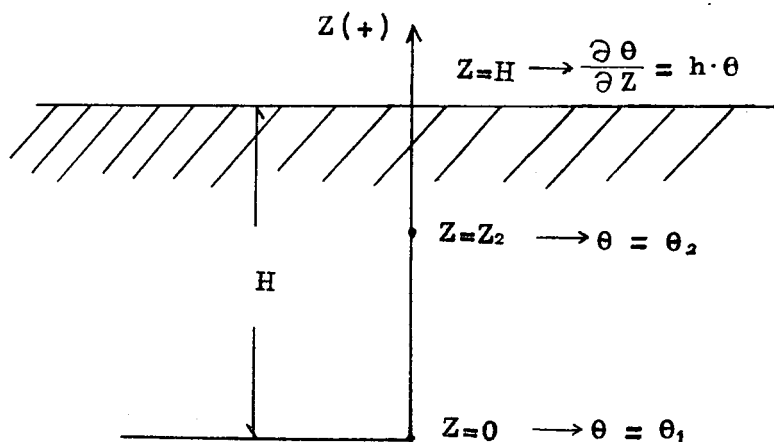


Fig. (II.5)
Representation in case of (1)

$$\frac{d\theta}{dz} = p(z), \quad \frac{\rho \cdot g \cdot \lambda}{K} = \alpha_1 \text{ とおけば}$$

$$\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{dp}{dz} + p = 0 \text{ より} \quad p = \exp(-\alpha_1 z + C_1)$$

$$\therefore \theta = -\frac{1}{\alpha_1} \cdot \exp C_1 \cdot \exp(-\alpha_1 z) + C_2$$

$$-\frac{1}{\alpha_1} \exp C_1 = A, \quad C_2 = B \text{ とおけば}$$

$$\theta = A \cdot \exp(-\alpha_1 z) + B$$

$$\frac{d\theta}{dz} = -\alpha_1 \cdot A \cdot \exp(-\alpha_1 z)$$

境界条件より

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{d\theta}{dz} \right]_{z=H} = -\alpha_1 A \exp(-\alpha_1 H) = [h \cdot \theta]_{z=H} \\ \theta_1 = A + B \end{array} \right.$$

なるゆえ

$$\begin{aligned} -\alpha_1 \cdot A \cdot \exp(-\alpha_1 H) &= h \cdot A \cdot \exp(-\alpha_1 H) + B h \\ &= h \cdot A \cdot \exp(-\alpha_1 H) + h(\theta_1 - A) \end{aligned}$$

$$\therefore A = \frac{h \cdot \theta_1}{-\alpha_1 \cdot \exp(-\alpha_1 H) - h \cdot \exp(-\alpha_1 H) + h}$$

$$B = \frac{-\alpha_1 \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 H) - h \cdot \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 H)}{-\alpha_1 \cdot \exp(-\alpha_1 H) - h \cdot \exp(-\alpha_1 H) + h}$$

$$\therefore \theta = \frac{-h \cdot \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 z) + (\alpha_1 + h) \cdot \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 H)}{(\alpha_1 + h) \cdot \exp(-\alpha_1 H) - h} \dots \text{(II-23)}$$

ここで定数 h は実験的に求めることができ、また (II-23) 式において $z = z_2 \rightarrow \theta = \theta_2$ (実測値) なるもう一つの条件より求めることができる。

- (2) 比較的低い地下水が供給され、不飽和毛管最上端が地表面に達せず、毛管帯内のある深さ (2点) の飽和度が与えられた場合 (Fig. II-6)

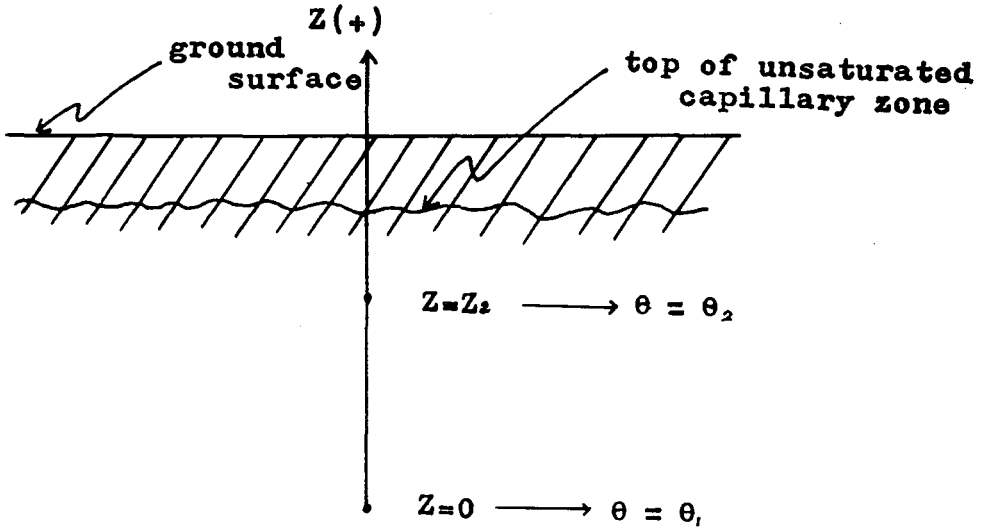


Fig. (II-6)
Representation in case of (2)

この場合は砂土マルチ (dust mulch)¹⁶⁾ の作用で蒸発を無視できると考えて、

$$\text{境界条件} \begin{cases} z=0 \rightarrow \theta = \theta_1 \\ z=z_2 \rightarrow \theta = \theta_2 \end{cases} \text{ として}$$

(II-11) 式をとく。

(II-11) 式の一般解は $\frac{\rho \cdot \lambda \cdot g}{K} = \alpha_1$ とおけば $\theta = A \cdot \exp(-\alpha_1 z) + B$ であるから、境界条件より

$$\begin{cases} \theta_1 = A + B \\ \theta_2 = A \cdot \exp(-\alpha_1 z_2) + B \end{cases} \text{ なるゆえ}$$

$$A = \frac{\theta_1 - \theta_2}{1 - \exp(-\alpha_1 z_2)}, \quad B = \frac{\theta_2 - \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 z_2)}{1 - \exp(-\alpha_1 z_2)}$$

$$\therefore \theta = \frac{(\theta_1 - \theta_2) \cdot \exp(-\alpha_1 z) + \theta_2 - \theta_1 \cdot \exp(-\alpha_1 z_2)}{1 - \exp(-\alpha_1 z_2)} \dots \text{(II-24)}$$

計算例

第3節第1項でのべた筆者の実験は、本節第1項(2)の場合に相当するので、(II-24) 式を用い

て計算して、Table (II・3) と Fig. (II・7) が得られる。

この場合、境界条件は

$$\begin{cases} z=0 \text{ (地下水面上 5cm)} \rightarrow \theta = \theta_1 = 0.910 \\ z=z_2=15\text{cm (地下水面上 20cm)} \rightarrow \theta = \theta_2 = 0.432 \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \frac{\rho \cdot g \cdot \lambda}{K} = \frac{1 \times 0.51}{10.8} = 0.0472$$

No.	Z (cm)	-5	0	5	10	15	20	25	30
①	$\theta_1 - \theta_2$	0.478	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
②	$-\alpha_1 z$	0.236	0	-0.236	-0.472	-0.708	-0.944	-1.180	-1.416
③	$\exp(-\alpha_1 z)$	1.260	1.00	0.790	0.624	0.490	0.389	0.307	0.243
④	$Q_1 \cdot \exp(-\alpha_1 z_2)$	0.446	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
⑤	①×③	0.602	0.478	0.348	0.298	0.234	0.186	0.147	0.116
⑥	$1 - \exp(-\alpha_1 z_2)$	0.510	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
⑦	⑤+②-④	0.588	0.464	0.364	0.284	0.220	0.172	0.133	0.102
⑧	⑦/⑥	1.153	0.910	0.714	0.557	0.431	0.337	0.261	0.200

Table (II・3)

Result of formula (II・24) in case of the example

(3) 本間の方法

筆者の場合 ((II・11)式) と同様、本間は R すなわち k を θ の関数と考えないで ((II・25) 式) を導いた¹⁰⁾。ここで K は単に表面張力に関する係数としており、筆者の場合の K とは値がことなる*。本間は K につきのような次元方程式を与えている。

$$K = \text{const} \times \frac{\mu^2}{\rho \varepsilon^2} \cdot \left(\frac{T \cdot \rho \cdot \varepsilon}{\mu^2} \right)^a$$

$$\begin{cases} \mu : \text{粒性係数} & T : \text{表面張力} \\ \rho : \text{密度} & a : 0 \sim 0.2 \\ \varepsilon : \text{気孔の大きさ} \end{cases}$$

筆者が ε を第2節の d_1 (平均的な間ゲキの大きさ) として計算してみると、20°C で

$a=0$ の場合 $K \doteq \text{const} \times 0.156$

$a=2$ の場合 $K \doteq \text{const} \times 75$

このままでは const の値がわからないので計算できない。そこで筆者が種々の K の値を用いて θ を計算したものが Table (II・4)~(II・9), Fig. (II・8) である。

まず、(II・11) 式の K を $1/\lambda$ 倍して、境界条件

$$\begin{cases} z=0 \rightarrow \theta=1 \\ z=H \rightarrow \theta=0 \end{cases} \text{で解くと (II・25) 式が得られる。}$$

* 本間の式の K は筆者の K の $1/\lambda$ 倍であると解される。

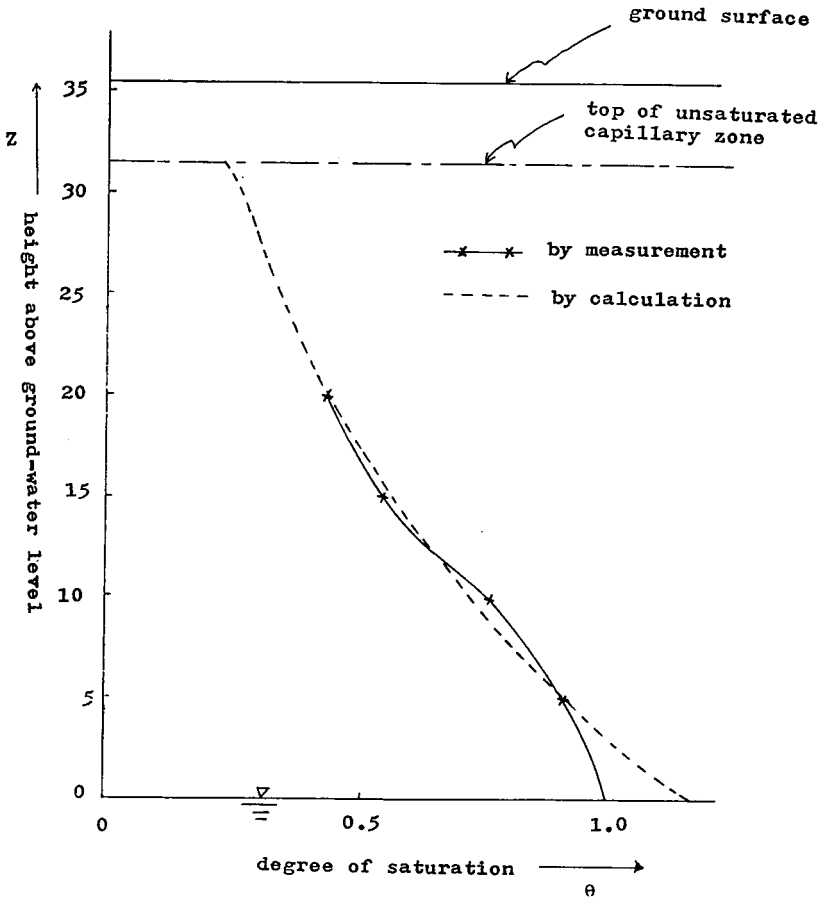


Fig. (II-7)
Comparison of measurement and calculation for height above ground-water level and degree of saturation

すなわち

$$\theta = \frac{\exp\left(-\frac{\rho \cdot g \cdot z}{K}\right) - \exp\left(-\frac{\rho \cdot g \cdot H}{K}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\rho \cdot g \cdot H}{K}\right)} \dots\dots\dots (II-25)$$

No.	Z (cm)	0	5	10	15	20	25	30
	①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z / 10)$	1.00	0.607	0.368	0.223	0.135	0.0821
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5 / 10)$	0.0428	"	"	"	"	"	"
③	① - ②	0.957	0.564	0.325	0.180	0.0925	0.0393	0.007
④	1 - ②	0.957	"	"	"	"	"	"
⑤	③ / ④	1.00	0.589	0.340	0.188	0.0966	0.0410	0.0073

Table (II-4)
Result of formula (II-25) in case of K=10

No.	Z (cm)		0	5	10	15	20	25	30
①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z/20)$		1.00	0.779	0.607	0.472	0.368	0.287	0.223
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5/20)$		0.207	"	"	"	"	"	"
③	①-②		0.793	0.572	0.400	0.265	0.161	0.080	0.016
④	1-②		0.793	"	"	"	"	"	"
⑤	③/④		1.00	0.721	0.504	0.335	0.203	0.100	0.0203

Table (II-5)
Result of formula (II-25) in case of K=20

No.	Z (cm)		0	5	10	15	20	25	30
①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z/30)$		1.00	0.847	0.716	0.607	0.514	0.435	0.368
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5/30)$		0.350	"	"	"	"	"	"
③	①-②		0.650	0.497	0.366	0.257	0.164	0.085	0.018
④	1-②		0.650	"	"	"	"	"	"
⑤	③/④		1.00	0.765	0.563	0.395	0.252	0.131	0.0275

Table (II-6)
Result of formula (II-25) in case of K=30

No.	Z (cm)		0	5	10	15	20	25	30
①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z/100)$		1.00	0.951	0.905	0.861	0.819	0.779	0.741
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5/100)$		0.730	"	"	"	"	"	"
③	①-②		0.270	0.221	0.175	0.131	0.089	0.049	0.011
④	1-②		0.270	"	"	"	"	"	"
⑤	③/④		1.00	0.819	0.648	0.485	0.330	0.181	0.0407

Table (II-7)
Result of formula (II-25) in case of K=100

No.	Z (cm)		0	5	10	15	20	25	30
①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z/200)$		1.00	0.975	0.951	0.927	0.905	0.882	0.861
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5/200)$		0.854	"	"	"	"	"	"
③	①-②		0.146	0.121	0.097	0.073	0.051	0.028	0.007
④	1-②		0.146	"	"	"	"	"	"
⑤	③/④		1.00	0.829	0.664	0.500	0.349	0.192	0.0479

Table (II-8)
Result of formula (II-25) in case of K=200

No.	Z (cm)							
	0	5	10	15	20	25	30	
①	$\exp(-\rho \cdot g \cdot z / 1000)$	1.00	0.995	0.990	0.985	0.980	0.975	0.970
②	$\exp(-\rho \cdot g \times 31.5 / 1000)$	0.962	"	"	"	"	"	"
③	①-②	0.038	0.033	0.028	0.023	0.018	0.013	0.008
④	1-②	0.038	"	"	"	"	"	"
⑤	③/④	1.00	0.868	0.737	0.605	0.474	0.342	0.211

Table (II-9)
Result of formula (II-25) in case of K=1,000

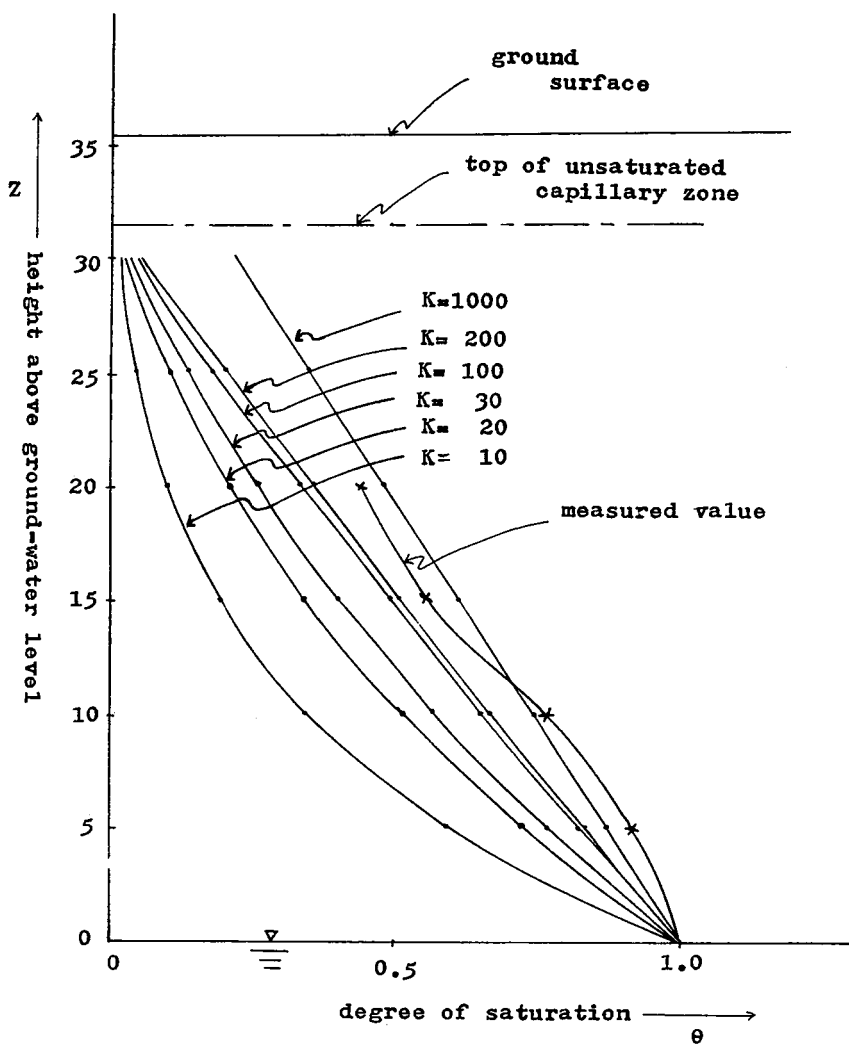


Fig. (II-8)

Comparison of measurement and calculations in case of K=10, 20, 30, 100, 200 and 1,000 for height above ground-water level and degree of saturation

Fig. (II・8) から, K の値は1,000 (CGS 単位の場合) で実験値にかなり合うことがわかるが, 土の種類によって K の値をどのようにきめたらよいか判断できない.

第2項 R , すなわち k を θ の関数とした場合

(II・15) 式を解くにあたって, 電子計算機を用いた数値解法を試みることにした¹⁷⁾.

第3節第1項の実験値より, $K=10.8, \lambda=0.51$ を用い, $a=0.1$ とすれば, (II・15) 式は

$$(2\theta - 0.1) \cdot \frac{d\theta}{dz} + 21.18 \cdot (\theta - 0.1) \cdot \frac{d^2\theta}{dz^2} + 21.18 \cdot \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = 0 \dots \text{(II・26)}$$

まず, $\frac{z}{H} = \eta$ とおいて (II・26) 式を無次元化すると,

$$(2\theta - 0.1) \cdot \frac{1}{H} \frac{d\theta}{d\eta} + 21.18 \cdot (\theta - 0.1) \cdot \frac{1}{H^2} \cdot \frac{d^2\theta}{d\eta^2} + 21.18 \cdot \frac{1}{H^2} \cdot \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)^2 = 0$$

$$\theta = \frac{\theta_{m+1} + \theta_{m-1}}{2}, \quad \frac{d\theta}{d\eta} = \frac{\theta_{m+1} - \theta_{m-1}}{2\Delta\eta}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} = \frac{\theta_{m+1} - 2\theta_m + \theta_{m-1}}{(\Delta\eta)^2}, \quad \Delta\eta = 0.01(0.315 \text{ cm きざみ})$$

として, 階差方程式を作ると,

$$1.590(\theta_{m+1} + \theta_{m-1} - 0.1)(\theta_{m+1} - \theta_{m-1}) \\ + 106.7(\theta_{m+1} + \theta_{m-1} - 0.2)(\theta_{m+1} - 2\theta_m + \theta_{m-1}) + 55.88(\theta_{m+1} - \theta_{m-1})^2 = 0$$

さらに

$$1.642 \cdot \theta_{m+1}^2 + (1.016 \cdot \theta_{m-1} - 2.134 \cdot \theta_m - 0.215) \cdot \theta_{m+1} \\ + 0.427 \cdot \theta_m + 1.610 \cdot \theta_{m-1}^2 - 2.134 \cdot \theta_m \cdot \theta_{m-1} - 0.212 \theta_{m-1} = 0$$

$$\therefore \theta_{m+1} = \frac{2.134 \cdot \theta_m - 1.016 \cdot \theta_{m-1} + 0.215}{3.284}$$

$$+ \frac{\sqrt{-9.542 \cdot \theta_{m-1}^2 + 9.680 \cdot \theta_m \cdot \theta_{m-1} + 0.955 \cdot \theta_{m-1} + 4.554 \cdot \theta_m^2 - 1.887 \cdot \theta_m + 0.0462}}{3.284}$$

境界値 $\theta_{m-1}=1.00, \theta_m=0.986$, を与えて, 順次 θ_{m+1} を求める計算を電子計算機 (OKITAC. 5090H) にかけるために, つぎのごとき ALGOL によるプログラミングを行なった.

Program

begin real T1, T2, T3; integer N, I; switch SW := S1, S2, S3;

CRLF(1); SPACE(2); PRINT('N'); SPACE(5); PRINT('THETA'); N:=0; I:=1;

REPEAT: N:=N+1; go to SW[I];

S1: T3:=1.0; I:=2; go to PR;

S2: T2:=T3; T3:=0.986; I:=3; go to PR;

S3: T1:=T2; T2:=T3; T3:=(3.134 * T2 - 1.016 * T1 + 0.215 + SQRT

$$(-9.542 * T1 \uparrow 2 + 9.68 * T1 * T2 + 0.9552 * T1 + 4.554 * T2 \uparrow 2 - 1.887 * T2 + 0.04623) / 3.284;$$

PR: CRLF(1); PRINT(2, N); PRINT(4, T3); if N ≤ 101 then go to REPEAT;

end

上記の Program により計算した結果, Table (II・10), Fig. (II・9) を得た.

初期値 $\eta = 0 \rightarrow \theta_{m-1} = 1.00$ は地下水面であるから常に与えられるが, $\eta = 0.01 \rightarrow \theta_m$ の値は種々の値を与えて, 何れの値が適当であるかを選定しなければならない. 本実験の場合は $\theta_m = 0.986$ が適当な値である.

しかし, 毛管最上端以下 15cm 程度まではかなり一致することがわかるが, それ以下地下水面近傍までは一致しない. 本実験の測定結果, または文献等によると上に凸なる曲線を呈する結果も出ているが (II・26) 式の数値計算*による飽和度 0.4 付近で実験値に近似する結果でも, 上に凹となる傾向にある. 今後実験を重ねてその傾向をつかみ, さらに理論上の検討を行いたいと思う. θ_m の決定についても土壌の種類による値の変化をどのようにきめたらよいか検討を要する.

N	θ	N	θ	N	θ	N	θ
1	1.0000	27	0.6979	53	0.4942	79	0.3534
2	0.9860	28	0.6885	54	0.4878	80	0.3489
3	0.9722	29	0.6792	55	0.4815	81	0.3444
4	0.9586	30	0.6701	56	0.4753	82	0.3400
5	0.9453	31	0.6612	57	0.4691	83	0.3356
6	0.9321	32	0.6523	58	0.4631	84	0.3313
7	0.9192	33	0.6436	59	0.4572	85	0.3270
8	0.9064	34	0.6351	60	0.4513	86	0.3228
9	0.8938	35	0.6266	61	0.4455	87	0.3186
10	0.8815	36	0.6183	62	0.4398	88	0.3145
11	0.8693	37	0.6101	63	0.4341	89	0.3104
12	0.8573	38	0.6020	64	0.4286	90	0.3063
13	0.8455	39	0.5941	65	0.4231	91	0.3023
14	0.8339	40	0.5862	66	0.4177	92	0.2983
15	0.8224	41	0.5785	67	0.4123	93	0.2944
16	0.8111	42	0.5709	68	0.4071	94	0.2905
17	0.8000	43	0.5634	69	0.4019	95	0.2867
18	0.7891	44	0.5560	70	0.3967	96	0.2828
19	0.7783	45	0.5487	71	0.3917	97	0.2790
20	0.7677	46	0.5416	72	0.3867	98	0.2753
21	0.7573	47	0.5345	73	0.3817	99	0.2716
22	0.7470	48	0.5275	74	0.3769	0	0.2679
23	0.7369	49	0.5207	75	0.3721	1	0.2642
24	0.7269	50	0.5139	76	0.3673	2	0.2606
25	0.7171	51	0.5072	77	0.3626		
26	0.7074	52	0.5007	78	0.3580		

Table (II・10)
 θ distribution in case of $\theta_m = 0.986$

* (II・26) 式をもとにした数値計算, 第 4 節第 2 項 (2) の計算例あるいは同 (3) にのべた本間の方法による計算等。

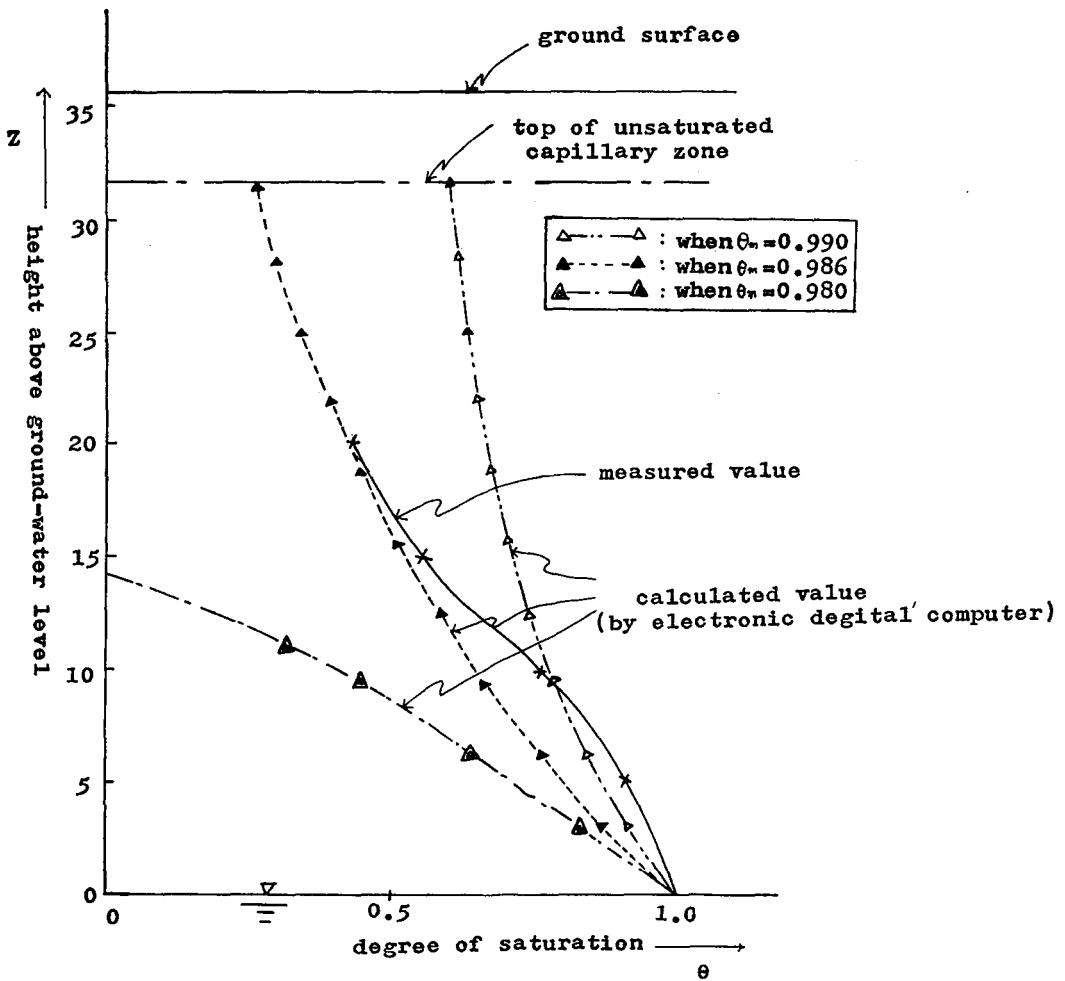


Fig. (II-9)

Comparison of measurement and calculations in case of $\theta_m = 0.990, 0.986$ and 0.980 for height above ground-water level and degree of saturation

第5節 非定常の場合の θ の分布について

第1項 R , すなわち k を θ の関数としない場合

この場合は (II-10) 式を初期条件, 境界条件のもとに解けばよい。

まず, (II-10) 式において $\frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot R} = \alpha_2, \frac{1}{R} = \alpha_3$ とおけば,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \alpha_3 \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \dots \dots \dots (II-28)$$

- 初期条件 $t = 0 \rightarrow \theta = \theta_1$
- 境界条件 $z = 0 \rightarrow \theta = 1.00$
- $z = z_1 \rightarrow \theta = \theta_2$

(II・28) 式をそれぞれの条件のもとに解くには、まず、 $\theta = \varphi(z) + \psi(z, t)$ とおき、
 (II・29), (II・30) 式をそれぞれの条件のもとに解けばよい¹⁹⁾。

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot \frac{d\varphi}{dz} = 0 \dots \text{(II・29)} \quad \frac{\partial\psi}{\partial t} = \alpha_2 \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \dots \text{(II・30)}$$

$$\left[\begin{array}{l} z = 0 \longrightarrow \varphi = 1.00 \\ z = z_1 \longrightarrow \varphi = \theta_2 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} z = 0 \longrightarrow \psi = 0 \\ z = z_1 \longrightarrow \psi = 0 \\ t = 0 \quad \psi = \theta_1 - \varphi(z) = \Psi(z) \end{array} \right.$$

(II・29) 式を解くことは本章第 4 節 (2) の場合に相当するから

$$\varphi = \frac{(1-\theta_2)\exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}z\right) + \theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}z_1\right)} \dots \dots \text{(II・31)}$$

つぎに、(II・30) 式の解を $\psi(z, t) = T(t) \cdot X(x)$ とおくと、 $\frac{T'}{T} = \alpha_2 \frac{X''}{X} = \text{定数} = -\alpha_2 A^2$ となる。
 ゆえに、 $X'' = -A^2 \cdot X$

$z = 0 \longrightarrow \psi = 0$ であるから、 $X = \sin A \cdot z$

$z = z_1 \longrightarrow \psi = 0$ であるから、 $A = \frac{1}{z_1} \pi, \frac{2}{z_2} \pi \dots \frac{m}{z_1} \pi \dots$

一方 $T' = -\alpha_2 A^2 \cdot T$ から、 m は正の整数として、

$$T = \exp(-\alpha_2 A^2 t) = \exp\left\{-\alpha_2 \left(\frac{m\pi}{z_1}\right)^2 t\right\}$$

ゆえに求める解として、

$$\psi = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cdot \exp\left\{-\alpha_2 \left(\frac{m\pi}{z_1}\right)^2 t\right\} \cdot \sin \frac{m \cdot \pi}{z_1} \cdot z$$

$$t = 0 \longrightarrow \psi = \Psi(z) \text{ より,}$$

$$(\psi)_{t=0} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cdot \sin \frac{m\pi}{z_1} z = \Psi(z) \quad \text{となり,}$$

このフーリエ正弦級数の展開により

$$A_m = \frac{2}{z_1} \int_0^{z_1} \Psi(z) \cdot \sin \frac{m\pi z}{z_1} dz \quad \text{ときまる.}$$

$\Psi(z) \equiv \theta - \varphi(z)$ であるから

$$A_m = \frac{2}{z_1} \int_0^{z_1} \left\{ \theta_1 - \frac{(1-\theta_2) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z\right) + \theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)} \right\} \cdot \sin \frac{m\pi z}{z_1} dz$$

$$\therefore \theta = \frac{(1-\theta_2)\exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\cdot z\right) + \theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\cdot z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2}z_1\right)} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_m \cdot \exp\left\{-\alpha_2\left(\frac{m\pi}{z_1}\right)^2 t\right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{z_1} \cdot z \right]$$

A_m の計算をさらに進めると,

$$\begin{aligned} A_m &= \frac{2}{z_1} \cdot \frac{\theta_1 \cdot z_1}{m \cdot \pi} \left[-\cos \frac{m \cdot \pi \cdot z}{z_1} \right]_0^{z_1} \\ &\quad - \frac{2}{z_1} \cdot \frac{\theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)} \cdot \frac{z_1}{m\pi} \cdot \left[-\cos \frac{m\pi z}{z_1} \right]_0^{z_1} \\ &\quad - \frac{2}{z_1} \int_0^{z_1} \frac{(1-\theta_2)\exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)} \cdot \sin \frac{m\pi z}{z_1} dz \\ &\int \exp(-ax) \cdot \sin bx dx = \exp(-ax) \cdot \frac{-a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

を使うと,

$$\begin{aligned} A_m &= \frac{2}{z_1} \cdot \frac{\theta_1 \cdot z_1}{m \cdot \pi} \cdot (-\cos m\pi + 1) \\ &\quad - \frac{2}{m \cdot \pi} \cdot \frac{\theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)} \cdot (-\cos m\pi + 1) \\ &\quad - \frac{2}{z_1} \cdot \frac{(1-\theta_2)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} z_1\right)} \cdot \left[\exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z\right) \cdot \frac{\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \sin \frac{m\pi z}{z_1} - \frac{m\pi}{z_1} \cos \frac{m\pi z}{z_1}}{\frac{\alpha_3^2}{\alpha_2^2} + \frac{m^2 \pi^2}{z_1^2}} \right]_0^{z_1} \\ &= \frac{2}{z_1} \cdot \frac{\theta_1 \cdot z_1}{m \cdot \pi} \cdot (-\cos m\pi + 1) \\ &\quad - \frac{2}{m\pi} \cdot \frac{\theta_2 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right)} \cdot (-\cos m\pi + 1) \\ &\quad - \frac{2(1-\theta_2)}{z_1 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_3}{\alpha_2} \cdot z_1\right) \right\}} \left(\frac{\exp\left(-\frac{\alpha_3 z_1}{\alpha_2}\right) \left(-\frac{m\pi}{z_1} \cos m\pi \right) + \frac{m\pi}{z_1}}{\frac{\alpha_3^2}{\alpha_2^2} + \frac{m^2 \pi^2}{z_1^2}} \right) \end{aligned}$$

また、本章第2項にのべるごとく、(II・28) 式を階差方程式になおして、電子計算機を用いた数値解を得る方法もある。

第2項 R, すなわち k を θ の関数とした場合

この場合は、定常の場合と同様、 $R = \frac{1-a}{k \cdot (\theta-a)}$ として計算した (II・14) 式を用いる。

第3節第1項でのべた筆者の実測値と $a = 0.1$ の値を入れて、(II・14) 式を無次元化すれば、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{S}{500 \cdot H} \left\{ 1.027 \cdot (\theta - 0.1) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + 1.528 \cdot (2\theta - 0.1) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + 1.027 \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)^2 \right\}$$

ただし、 $\frac{t}{S} = \tau, \frac{z}{H} = \eta$

$\frac{S}{500 \cdot H} = 1$ になるように S を指定して、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\theta_{m,n+1} - \theta_{m,n}}{\Delta \tau}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\theta_{m+1,n} - \theta_{m-1,n}}{2\Delta \eta}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \frac{\theta_{m+1,n} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m-1,n}}{(\Delta \eta)^2}, \quad \theta = \frac{\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n}}{2}$$

$\Delta \eta = 0.1$ (3.15cm きざみ), $\Delta \tau = 0.01$ (157.5 sec きざみ) として階差方程式を作ると、

$$\begin{aligned} \theta_{m,n+1} = & \theta_{m,n} + 0.513 \cdot (\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 0.2) \cdot (\theta_{m+1,n} - 2\theta_{m,n} + \theta_{m-1,n}) \\ & + 0.0764 \cdot (\theta_{m+1,n} + \theta_{m-1,n} - 0.1) \cdot (\theta_{m+1,n} - \theta_{m-1,n}) \\ & + 0.257 \cdot (\theta_{m+1,n} - \theta_{m-1,n})^2 \end{aligned}$$

$$T_1 = \theta_{m-1,n}, \quad T_2 = \theta_{m,n}, \quad T_3 = \theta_{m+1,n}$$

$$S_1 = T_3 + T_1 - 0.2, \quad S_2 = T_3 - T_1, \quad S_3 = S_1 - 2T_2 + 0.2$$

$$S_4 = S_1 + 0.1$$

とおけば、

$$\theta_{m,n+1} = T_2 + 0.513 \cdot S_1 \cdot S_3 + 0.0764 \cdot S_2 \cdot S_4 + 0.257 \cdot S_2^2 \dots \dots \dots \text{(II・31)}$$

(II・31) 式は電子計算機を利用することによって解を得る。

第III章 浸透流の相似律

第1節 序 論

浸透模型実験においては、一般の実物を縮小して幾可学的に相似な模型を作るのであるが、単に幾可学的相似性を保っても現象が全く相似に起らない。浸透水に関する模型実験においても幾何学的相似性のほかに力学的相似性が要求されるわけである。

ところで一般的には両者の相似性を考慮した相似律として、

$$k_r^2 = L_r \dots\dots\dots (III\cdot1)$$

$$r = \frac{\text{model}}{\text{Prototype}}$$

が用いられ、模型の media が実物の media より小さくなるので、毛管帯が顕著にあらわれ、縮尺した模型では毛管帯の占める割合が非常に増大することになる^{6,20)}

本章では浸透流の一般理論式をのべ、相似律の次元解析、基礎方程式からの導出、その模型実験への適用、毛管帯を含めた相似律、さらに不飽和毛管帯をも考慮した相似律などについてのべることにする。

浸透流の基礎方程式は従来 Navier-Stokes の運動方程式と Darcy の法測を結合して浸透流の運動方程式を求める無理なやり方で求められてきたが、micro な間ゲキ真実流をモデル流体を用いて数学的変換により macro な平均流として取扱った中村理論²¹⁻²⁴⁾がある。

飽和毛管帯を考慮しない場合*中村理論に従へば運動方程式、連続方程式の一般形は次式で示される。

流動抵抗に Darcy の公式を採用すれば

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\text{grad}\left(g \cdot z + \frac{P}{\rho}\right) - \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\mathbf{v}}{K''} + \frac{\mu}{\lambda \cdot \rho} \cdot \nabla^2 \mathbf{v} \dots (III\cdot2)$$

$$\text{div} \mathbf{v} = 0 \dots\dots\dots (III\cdot3)$$

$$\text{ただし } K'' = \frac{\mu \cdot k}{\rho \cdot g}$$

成分を用いて表わし、 $u \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$, $v \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$, $w \cdot \frac{\partial w}{\partial z}$ 等は省略すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{\rho \cdot K''} \cdot u + \frac{\mu}{\lambda \cdot \rho} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\mu}{\rho \cdot K''} \cdot v + \frac{\mu}{\lambda \cdot \rho} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} &= -g - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\mu}{\rho \cdot K''} \cdot w + \frac{\mu}{\lambda \cdot \rho} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (III\cdot2')$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$K'' = \frac{\mu \cdot k}{\rho \cdot g} \quad (k : \text{透水係数})$$

(III·2) 式および (III·2') 式の右辺最後の項は見掛け粘性抵抗の項で、従来の式には表われなかった項である。右辺の最後から2番目の項は流動抵抗の項で、中村理論²¹⁻²⁴⁾は浸透流を macro に取扱うので、取扱上相殺して表われない micro な真実流の粘性抵抗を流動抵抗とし、macro な平均流の速度勾配による粘性抵抗を見掛け粘性抵抗として両者を区別している。

* 飽和毛管帯を考慮した場合は第3節第2項でのべる。

第2節 浸透流の一般的相似理論

第1項 次元解析

浸透水運動を macro に考えた場合、諸基本量を l (基準長さ), ρ (密度), P (圧力), v (速度), g (重力加速度), μ (粘性係数), ϕ (流動抵抗力), F (表面垂直力) とすれば、Buckingham の π 定理により

$$f(l, \rho, P, v, g, \mu, \phi, F) = 0$$

dimension 要素は L, M, T , であるから

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) = 0$$

いま π を構成する基本量として, l, v, ρ , の3個をえらび, これと他の基本量の各々として π の項を定めると

$$\pi_1 = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda \cdot P}, \quad \pi_2 = \frac{v^2}{\lambda^2 \cdot l \cdot g}$$

$$\pi_3 = \frac{l \cdot v \cdot \rho}{\lambda \cdot \mu}, \quad \pi_4 = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda^2 \cdot l \cdot \phi}, \quad \pi_5 = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda^2 \cdot F}$$

間ゲキ率 λ が模型, 実物において同一であるとすれば, π_1 は圧力が流体の慣性力 $\frac{\rho \cdot v^2}{2}$ に比例することを示しており, 流体の流れにおいては常に成立する. π_2 については $\lambda \cdot \sqrt{\pi_2}$ が Froude 数を示し, π_3 は Reynolds 数であり, π_4 について中村²⁴⁾ は浸透水相似係数 (Si) と呼び, 流動抵抗力 $\phi (= \lambda \cdot \frac{dp}{ds})$ が

(1) Darcy 領域内で $\phi = K_1 \cdot v$ (K_1 は層流抵抗係数) とすれば

$$\pi_4 = Si_1 = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda^2 \cdot l \cdot \phi} = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda^2 \cdot l \cdot K_1 \cdot v} = \frac{k \cdot v}{\lambda^3 \cdot l \cdot g}$$

(2) Darcy 領域外で $\phi = K_2 \cdot v^n$ (普通 $n = 2$, K_2 は乱流抵抗係数) とすれば

$$\pi_4 = Si_2 = \frac{\rho \cdot v^2}{\lambda^2 \cdot l \cdot \phi} = \frac{\rho}{\lambda^2 \cdot l \cdot K_2 \cdot v^2} = \frac{\rho}{\lambda^2 \cdot l \cdot K_2}$$

Si_1, Si_2 をそれぞれ第1浸透水相似係数, 第2浸透水相似係数と呼ぶ²⁴⁾.

π_5 は負圧領域 (飽和毛管帯) を考慮した場合 (第2節第2項) に用いる.

第2項 一般的な基礎方程式からの誘導

運動方程式, 連続方程式の一般形 (III・2), (III・3) 式にて, 実物に添字 p , 模型に m をつければ,

$$\frac{1}{\lambda_p} \cdot \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt_p} = -grad_p \left(g_p \cdot z_p + \frac{P_p}{\rho_p} \right) - \frac{\mu_p}{\rho_p} \cdot \frac{\mathbf{v}_p}{K''_p} + \frac{\mu_p}{\lambda_p \cdot \rho_p} \cdot \nabla_p^2 \mathbf{v}_p \dots \text{(III・4)}$$

$$div \mathbf{v}_p = 0 \dots \dots \dots \text{(III・5)}$$

$$\frac{1}{\lambda_m} \cdot \frac{D\mathbf{v}_m}{Dt_m} = - \text{grad}_m \left(g_m \cdot z_m + \frac{P_m}{\rho_m} \right) - \frac{\mu_m}{\rho_m} \cdot \frac{\mathbf{v}_m}{K''_m} + \frac{\mu_m}{\lambda_m \cdot \rho_m} \cdot \nabla_m^2 \mathbf{v}_m \dots \dots \dots \text{(III-6)}$$

$$\text{div}_m \mathbf{v}_m = 0 \dots \dots \dots \text{(III-7)}$$

$$\frac{z_m}{z_p} = L_r, \quad \frac{t_m}{t_p} = \frac{L_m/\mathbf{v}_m}{L_p/\mathbf{v}_p} = \frac{L_r}{\mathbf{v}_r}, \quad \frac{\mathbf{v}_m}{\mathbf{v}_p} = \mathbf{v}_r$$

$$\frac{P_m}{P_p} = \frac{\rho_m \mathbf{v}_m^2}{\rho_p \mathbf{v}_p^2} = \rho_r \cdot \mathbf{v}_r^2, \quad \frac{g_m}{g_p} = \frac{\mathbf{v}_r^2}{L_r}$$

$$\frac{\text{grad}_m}{\text{grad}_p} = \frac{1}{L_r}, \quad \frac{\nabla_m^2}{\nabla_p^2} = \nabla_r^2 = \frac{1}{L_r^2}$$

$\frac{\text{div}_m}{\text{div}_p} = \text{div}_r = \frac{1}{L_r}$ とおけば (III-6) 式は

$$\frac{1}{\lambda_r \lambda_p} \cdot \frac{\mathbf{v}_r^2}{L_r} \cdot \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt_p} = - \frac{1}{L_r} \text{grad}_p \left(\mathbf{v}_r^2 \cdot g_p \cdot z_p + \frac{\mathbf{v}_r^2 \cdot P_p}{\rho_r} \right) - \frac{\mu_r \cdot \mathbf{v}_r}{\rho_r \cdot K''_r} \cdot \frac{\mu_p \cdot \mathbf{v}_p}{\rho_p \cdot K''_p} + \frac{\mu_r \cdot \mathbf{v}_r}{\lambda_r \cdot \rho_r \cdot L_r^2} \cdot \frac{\mu_p}{\lambda_p \cdot \rho_p} \cdot \nabla_p^2 \mathbf{v}_p \dots \dots \dots \text{(III-8)}$$

また λ は実物，模型で一定としてつぎのように変形できる。

$$\frac{1}{\lambda_p} \cdot \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt_p} = - \text{grad}_p \left(g_p \cdot z_p + \frac{P_p}{\rho_r} \right) - \frac{\mu_r \cdot L_r}{\rho_r \cdot \mathbf{v}_r \cdot K''_r} \cdot \frac{\mu_p \cdot \mathbf{v}_p}{\rho_p \cdot K''_p} + \frac{\mu_r}{\rho_r \cdot L_r \cdot \mathbf{v}_r} \cdot \frac{\mu_p}{\lambda_p \cdot \rho_p} \nabla_p^2 \mathbf{v}_p \dots \dots \dots \text{(III-9)}$$

(III-7) 式は $\text{div}_p \mathbf{v}_p = 0 \dots \dots \dots \text{(III-10)}$

(III-4) 式と (III-9) 式, (III-5) 式と (III-10) 式から両流れが全く相似であるためには, $\lambda_r = 1$ として

$$\frac{\mu_r \cdot L_r}{\rho_r \cdot \mathbf{v}_r \cdot K''_r} = 1 \dots \dots \dots \text{(III-11)}$$

$$\frac{\mu_r}{\rho_r \cdot L_r \cdot \mathbf{v}_r} = \frac{1}{Re} = 1 \dots \dots \dots \text{(III-12)}$$

Re : Reynolds 数

(III-11) 式はこれを浸透水相似係数比 (Sir) と呼ぶことにすれば²⁴⁾, $g_r = 1$ であり, Darcy 領域内においては

$$\text{Sir} = \frac{\mu_r \cdot L_r}{\rho_r \cdot \mathbf{v}_r \cdot K''_r} = \frac{L_r}{k_r \cdot \mathbf{v}_r} = 1$$

$$\therefore L_r = i_r \cdot k_r^2$$

(i_r は模型実物の動水勾配比)

$i_r = 1$ であるから (III・1) 式が得られる。

(III・12) 式は (III・9) 式の右辺最後の項より導かれた条件式であって、一般に浸透流の速度こう配は小さく、macro な平均流の速度こう配による粘性抵抗 (見掛け粘性抵抗) の項は省略可能な場合が多いので (III・12) 式を省略すれば、(III・1) 式が Darcy 領域内での相似条件となる。

Darcy 領域をこえた乱流領域 (流動抵抗力を $a \cdot \left(\frac{v}{\lambda}\right)^2$ とする) では $\lambda_r = 1$ として、

$\frac{\mu}{K''} = a \cdot v$ であるから、(III・11) 式は

$$\frac{\mu_r \cdot L_r}{\rho_r \cdot v_r \cdot K_r''} = \frac{\mu_r \cdot L_r \cdot a_r \cdot v_r}{\rho_r \cdot v_r \cdot \mu_r} = \frac{L_r \cdot a_r}{\rho_r} = 1 \text{ となり}$$

もし $\rho_r = 1$ であれば $L_r = \frac{1}{a_r} \dots$ (III・13) となる。

(III・1), (III・13) 式が $\lambda_r = 1, g_r = 1, \rho_r = 1$ と仮定した Darcy 領域内, Darcy 領域外 (乱流領域) の相似条件である。

つぎに透水係数を異にする数コの zone が存在する場合には、実物、模型の対応した zone の透水係数の比 $k_{1r}, k_{2r} \dots$ が $\sqrt{L_r}$ であればよい。ただし λ は一定と考える。

石積の部分を含むような場合は、石積の部分は浸透現象とは考えられないのでこの法則は必ずしも適用されない。石積の部分と土粒子の部分の境界を等ポテンシャルと考えても差支ないと考えられる。

第3節 模型実験への適用

第1項 実物において毛管帯の影響が小さい場合

第2節第2項でのべた通り、毛管帯を無視し、間ゲキ率は一定、Darcy 領域内であれば、macro な境界の形が幾可学的に相似な模型相似条件は (III・1) 式となる。

実際問題として模型縮尺比 L_r をきめて (III・1) 式が成立する k_r を求め、実物の k_p が与えられて模型の k_m を決定して模型材料を選定することは不可能ではないがむづかしい。そこで逆に k_p よりも小さいと思われる小粒径の材料の k を k_m として実測し、 k_r を求め、 L_r すなわち縮尺比を決定して模型を作ることも一方法である。ただし実験設備の関係上、 L_r はある範囲の値に限定されるから数種の模型材料を用意して範囲内の適当な模型材料を選定して L_r を決定するようにすればよい。

ところが以上のような条件で実際に模型実験を行なってみると、模型では実物より小粒径の材料を用いることになるので実物では毛管帯の影響が小さいものでも模型では毛管帯の影響が非常に大きくなる。毛管帯がどのような影響を及ぼすかについては特にIV章に詳述している。この点は見逃すことのできない極めて重要な点であって、筆者はこの点の解決に苦慮した。その一つの解決方法として定常の場合、III, IV, V, VII, 章の中でのべているように、毛管帯を cut off する方法を見出し、好結果を得た^{6,20)}。ただどのような線で cut off するかについては研究の余地があるが、模型において実物毛管帯の厚さ (自由水面上飽和毛管帯の高さ) を長さの縮尺比に縮尺した厚さまで cut off すればほぼ妥当なものではなからうか。ただ一回の cut off では完了しないから自由水面の測定を繰り返しつつ、trial & error の方法で cur off してゆかなければ

ならない。もちろん本節第2項でのべるような毛管帯を考慮した相似条件を適用すればよいわけであるが、大縮尺の模型への適用が實際上困難である。以上の方法は定常の場合に適用されるものであり、また不飽和毛管帯の相似は考えておらず、それらについては本節第2項、第3項でのべることにする。毛管帯の影響を無視するという前提ならば (III・1) 式は定常、非定常を問わず適用される方法であるが、定常に限って考えるとつぎのように考えることによって実物、模型に同一材料を用いることができる。そうすれば毛管帯の影響は (III・1) 式なる条件の場合より軽減する。すなわち (III・8) 式において加速度の項、見掛け粘性抵抗の項を省略して $\lambda_r = 1$ とし、実物、模型の流体を同一とすれば、

$$\frac{\mu_r \cdot \mathbf{v}_r}{\rho_r \cdot K_r''} = \frac{\mu_r \cdot \mathbf{v}_r \cdot \rho_r \cdot g_r}{\rho_r \cdot \mu_r \cdot k_r} = \frac{\mathbf{v}_r}{k_r} = 1 \quad \text{が成立する。}$$

この場合 $k_r = 1$ であるから $L_r = T_r \dots$ (III・14) となる。しかし実物に対する毛管帯の影響が小さくても、模型に対しては同じ厚さの毛管帯でもその占める割合は大きく、毛管帯の影響は (III・1) 式に比べ軽減されているが、無視するわけにはゆかないので、やはり cut off の方法を用いるべきである。

第2項 実物において毛管帯の影響が大きい場合

この場合は実物が極めて小粒径からなる場合で、つぎのように毛管帯を飽和と考えるか、不飽和まで考えるかに分けられる。

[A] 飽和毛管帯を考慮した場合

負圧領域 (飽和毛管帯) を考慮した場合の (III・2) 式に相当する運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = & - \text{grad} \left(gz + \frac{P}{\rho} - \frac{F}{\rho} \right) - \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\mathbf{v}}{K''} \\ & + \frac{\mu}{\lambda \cdot \rho} \cdot \nabla^2 \mathbf{v} \dots \dots \dots \text{(III-15)} \end{aligned}$$

ただし Darcy 公式を採用しており、 F は飽和毛管帯を考えた場合の主に水の表面張力に起因する毛管力で、 $F = C \cdot \frac{T}{d}$ の形で表わされる。ここに T は水の表面張力、 d は土の平均間ゲキ径、 C は係数である。

第2節第2項で行なったと同様の方法でこの場合の相似条件を求めると、 Si_r 、 Re_r の外に

$$\frac{\rho_r \cdot v_r^2}{F_r} = 1 \dots \dots \dots \text{(III-16)}$$

を必要とする。(III・16) 式左辺を Cap_r と書いて毛管水帯相似係数比と呼ぶことにする²⁴⁾。

これは第2節第1項の次元解析でも求められた量である。さらに書きなおせば Darcy 領域内で

$$Cap_r = \frac{\rho_r \cdot k_r^2 \cdot i_r^2}{F_r} = 1$$

$i_r = 1$ 、 $gr_r = 1$ であるから Si_r の条件とから、

$$k_r^2 = \frac{F_r}{\rho_r} = h_{cr} = L_r \dots \dots \dots \text{(III-17)}$$

実際、模型実験を進めるに当ってはつきのように考える。毛管力 F は飽和毛管高 h_c までを考えると、 $F = \rho \cdot g \cdot h_c$ である。

media と fluid が変化すれば h_c が変化するから、必ずしも fluid は水に限定しないで粘性の大きいものを考え、media も比較的大粒径のものを用いるようにする。たとえば縮尺比 $1/25$ のアースダムの模模型を作るには実物土を浸透する流体の k の値を求め、その $1/5$ なる k の値を有する media と fluid の組合せを色々求め、飽和毛管高が $1/25$ になるものを pick up すればよい。しかしこの手順で実際上求められることはむづかしいので、逆に適当と予想される fluid と media について k の値と飽和毛管高 h_c を求め、(III・17) 式の条件を満足し、実験可能な縮尺比であればそれをもって模型縮尺、模型の media, fluid とすればよい。この点についてもう少し考察を進めることにする。Kozeny の透水係数の式

$$k = \frac{C}{\mu} \cdot \frac{\lambda_0^3}{(1-\lambda)^2} \cdot d_w^2 \quad \text{で} \quad \frac{C \cdot \lambda_0^3}{(1-\lambda)^2} = A \quad \text{とおけば}$$

$$k = \frac{A}{\mu} \cdot d_w^2 \quad \text{となる。}$$

そこでたとえば、

実験可能な長さの縮尺比を $1/25$ とすれば

$$\left\{ \begin{array}{l} 1/9 \\ 1/4 \\ 1/2 \end{array} \right.$$

模型を作るときの透水係数は実物の $1/5$ 倍でなければならず、もし k の式の A の値が何れの

$$\left\{ \begin{array}{l} 1/3 \\ 1/2 \\ 1/\sqrt{2} \end{array} \right.$$

土についても変らないと仮定し、模型粒径を実物土と同じものとすれば、粘性係数 μ は実物の fluid の 5 倍のものであり、密度が 25 倍のものを用いればよい。しかし実際上密度が 2 倍

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 2 \\ \sqrt{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 4 \\ 2 \end{array} \right.$$

以上のものを用いることはできないので、模型の粒径を大きくして、透水係数の条件と毛管高の条件をみだす fluid を見出すことの方が実現性がある²⁵⁾。

[B] 不飽和毛管帯まで考慮した場合

一定の境界条件のもとに充分時間が経過して不飽和領域でも流れが定常になって、毛管帯は飽和から不飽和へ連続的に変化しているが各点の水分量は時間的に変化しないとすれば、水分量に対応して各点の不飽和透水係数も定まり、これも時間的に変化しない。

不飽和透水係数を $k_{(\theta)}$ で示せば、各点の流速はやはり Darcy 法則に従うと考えられる。

すなわち、

$$v = -k_{(\theta)} \cdot grad\varphi \quad \dots\dots\dots (III-18)$$

$$\left(\varphi = z + \frac{P}{\rho g} \right)$$

このように示されるならば、 k は常数でなくても流線と等ポテンシャル線は直交し、流線網を対象に考えることができる²⁶⁾。

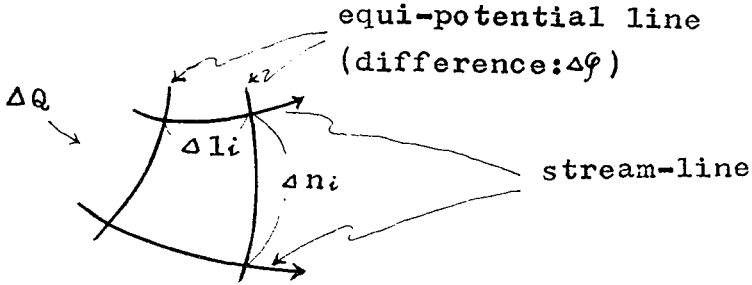


Fig. (III-1)
Typical figure of flow net for explanation

いま Fig. (III-1) のように考えた場合、

$$\Delta Q = k_{(\theta)} \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta l_i} \cdot \Delta n_i$$

$$\therefore \frac{\Delta l_i}{\Delta n_i} = \frac{\Delta \phi}{\Delta Q} \cdot k_{(\theta)} = \frac{k_{(\theta)}}{c} \dots\dots\dots (III-19)$$

ここで $C = \Delta Q / \Delta \phi$ で、流線網の性質上 C は全領域にわたって一定である。(III-19) 式は不飽和領域においては網目のタテ、ヨコ比は一定でなく、不飽和透水係数によることを意味する。

さて流速は (III-18) 式で示されるが、もし $Q \propto L \cdot k$ (L は系の代表長、 k は飽和透水係数) と仮定すれば、模型 (添字 m で示す) と実物 (添字 p で示す) の比を添字 r として、

$$Q_r = L_r \cdot k_r$$

実物、模型において等ポテンシャル線と流線とをそれぞれ別々に同数ずつ描くとすれば、

$$(\Delta \phi)_r = L_r, C_r = \frac{(\Delta Q)_r}{(\Delta \phi)_r} = k_r \text{ であるから,}$$

(III-10) 式より

$$\frac{\Delta l_{ir}}{\Delta n_{ir}} = \frac{k_{(\theta)r}}{k_r} = 1 \dots\dots\dots (III-20)$$

(III-20) 式がこの場合の相似条件となる。またこのためには模型、実物において毛管帯が占める空間的割合が両者で等しくなければならぬ、このことは静止不飽和毛管上昇高を H_u とすれば、

$$H_{ur} = L_r \dots\dots\dots (III-21)$$

また流れが相似であれば毛管帯の対応点で圧力について

$$\frac{P_r / \rho_r g r}{L_r} = \frac{P_r / \rho_r g r}{H_{ur}} = 1 \dots\dots\dots (III-22)$$

(III-20), (III-22) 式が不飽和毛管帯を考慮した必要充分な相似条件である。

実際上は Fig. (III・2) のときグラフが実物，模型において一致しなければならないわけで， $\frac{P/\rho g}{H_u}$ と $\frac{k_{(z)}}{k}$ の関係を実物と模型のそれぞれの media, fluid で実測的に得ることがかなりむづかしい。

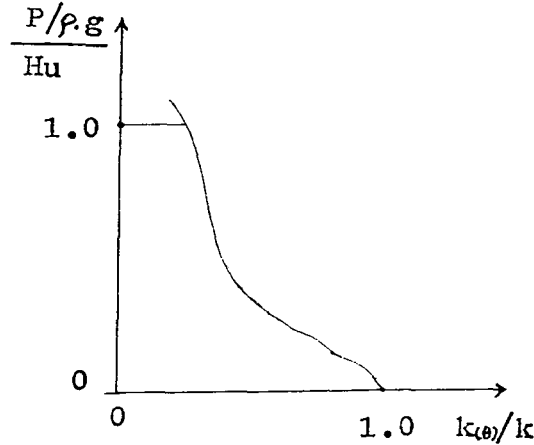


Fig. (III・2)
Relation between $P/\rho g/H_u$ and $k_{(z)}/k$

第 IV 章 自由水面を有する浸透における毛管帯の影響

第 1 節 概 説

自由水面を有する浸透の場合には，その上部に毛管帯（いわゆる誘動毛管帯）を有するのが普通である。毛管帯は飽和帯より不飽和帯に移行し，ほぼ Figs. (IV・7, 10, 13) の第 1 次毛管高が飽和，第 2 次毛管高が不飽和に相当する（肉眼でかなり見わけられる）。また毛管帯は自由水面，浸出面，流線，流速，流量，ポテンシャル分布に影響を与えている。このことは模型浸透実験において，自由水面上 2~3cm で毛管帯を cut off してみれば明瞭である。

本章の目的は

1. 長方形堤防，台形堤防内の自由水面の形，浸出面の長さ，流線，流速分布，流量を実験で求め，理論値と比較検討すること。
2. 毛管帯を cut off した場合の自由水面，浸透流線，流量，流速分布の変化を求めること。
3. 自由水面上の誘動毛管帯の水の流動を知る手がかりとして，毛管ポテンシャル（PF 値に換算）を測定すること。

第 2 節 実 験 方 法

Fig. (IV・1) に示すごとく長方形，三角形堤防を 0.6m×1.6m×0.15m なる片面ガラス張水槽中に築造し，想定される自由水面近傍ならびに誘動毛管帯にテンショメータ（多孔質素焼カップをマンメータに連結している）を挿入し，毛管ポテンシャルを測定する。水温の変化は浸透現象に微妙に影響するので，水銀温度調節器，継電器，ヒータを接続して，水温は常に一定温度を保つようになっている。盛土の方法としては風乾状態における最大突固めを行ない，堤体下部か

ら注水して、極力空気の滯溜を避けた。

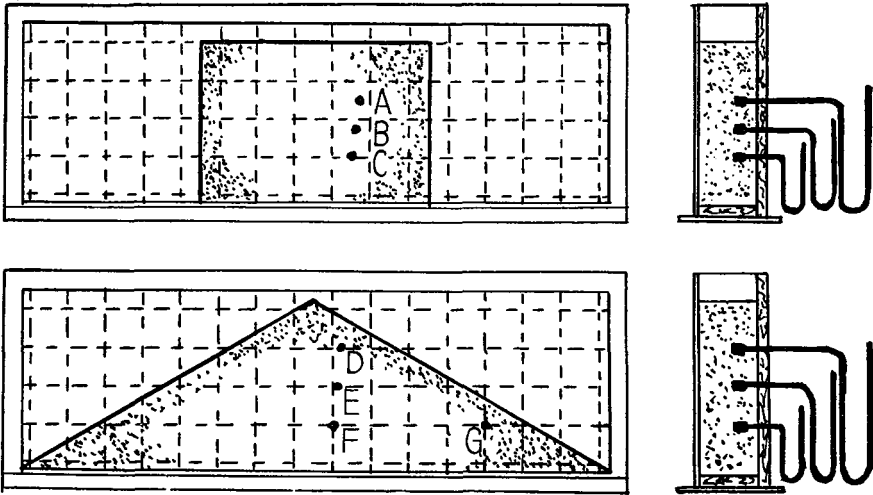


Fig. (IV-1)

Water-tank used for the experiment. A, B, C, D, E, F, G: points measured the capillary potential

また自由水面追跡のためには位勢探知器²⁷⁾を用いた。土は浸透堤体の毛管最上端上数 cm まで盛土し, not cut off, half cut off, cut off の3段階について, 浸透流線, 流速を過マンガン酸カリ溶液を注入して追跡する。また同時に流量, 自由水面を測定する。実験の種類は Table (IV-1) のごとく Cases 1~10 である。

Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Form										
d (grain size)	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.3 0.21 mm	0.84 0.40 mm	0.84 0.40 mm	0.84 0.40 mm
cut off or not	not	half	cut off	cut off	not	half	cut off	not	half	cut off

Table (IV. 1)
Kinds of experiments

第3節 自由水面, 浸出面

第1章でのべたごとく, 自由水面とは浸透の場において大気圧と等しい圧力を有する面であって, 単に地下水面あるいは浸潤面と考えない。浸出面とは文字どおり堤防下流端において大気中に浸透水が浸出する面であり, その上端は大気圧と等しいと考えられ, 自由水面の下流端と下流水面との間隔が浸出面である。

自由水面を示す式として Dupuit あるいは, Casagrande 等の理論式がある。これによると長方形の場合, Fig. (IV-2) に示すごとく, 堤防下流端より自由水面を表わす放物線の焦点 G までの路離を x_1 とすれば

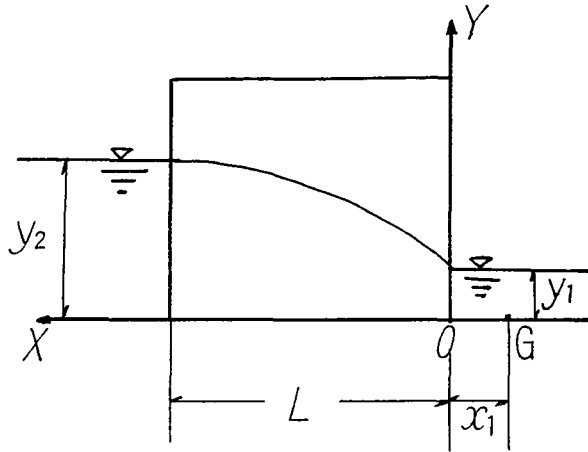


Fig. (IV-2)
Representative figure for formula (IV-2)

$$x_1 = \frac{y_1^2 \cdot L}{y_2^2 - y_1^2} - \frac{y_2^2 - y_1^2}{4 \cdot L} \dots\dots\dots (IV-1)$$

O 点から上流側 X なる距離の自由水面の高さは

$$Y^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{L} \cdot \left(\frac{y_2^2 - y_1^2}{4 \cdot L} + X + \frac{y_1^2 \cdot L}{y_2^2 - y_1^2} - \frac{y_2^2 - y_1^2}{4 \cdot L} \right)$$

$$= \frac{y_2^2 - y_1^2}{L} \cdot X + y_1^2 \dots\dots\dots (IV-2)$$

焦点が O, すなわち $x_1 = 0$ の場合, (IV-1) 式より

$$\frac{y_1^2 \cdot L}{y_2^2 - y_1^2} = \frac{y_2^2 - y_1^2}{4 \cdot L}$$

これより $y_1 = y_0$ の値のうち正数のみをとると

$$y_0 = \sqrt{y_2^2 + L^2} - L \dots\dots\dots (IV-3)$$

また一方, $y_1 = 0$ の場合, $x_1 = -y_2^2/4 \cdot L$ となり, 浸透水は下流端 O から出ることになるが実際上浸出面があって, (IV-3) 式に近いといわれているが, 流線は浸出面に接近するとそれに接線となるように曲る傾向がある. Casagrande 等によると浸出面の高さは $0.75 y_0$ 内外になるという. 下流端水深 y_1 なる場合の浸出面の高さを求める式は見当らない.

台形堤防の場合には $L = d - 0.7 \cdot (y_2 \cdot \cot \theta'_a + y_1 \cdot \cot \theta_a)$ として, 長方形の場合の (IV-1, 2, 3) 式に適用すればよい. ここで d は堤防敷幅, θ'_a, θ_a は上流面, 下流面の堤防傾斜角である. この場合には計算上自由水面が A 点を通るので, A B なる浸出面ができることになる (Fig. (IV-3) 参照).

しかしこれらの式は本来浸出面を考慮していないわけである.

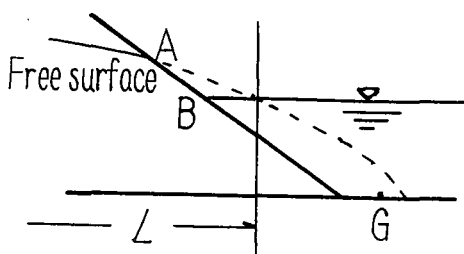


Fig. (IV-3)
Representation of the seepage surface of sloping dike

また T.G. Chapman は近似式として (IV-4) 式を示した²⁸⁾。これは Hamel, G., and E. Günther の非常に長い計算を要する解析方法²⁹⁾、あるいは R. D. Wyckoff and D. W. Reed の electric analogy の方法³⁰⁾、あるいは F. S. Shaw and R. V. Southwell の Relaxation の方法³¹⁾、あるいは C. E. Jaeger の finite difference method³²⁾ 等から計算したものと比較してたしかめられたもので、

$$Y^2 = \frac{y_2^2 - (y_1 + h_s)^2}{L} \cdot X + (y_1 + h_s)^2 \dots\dots\dots (IV-4)*$$

これは (IV-2) 式の y_1 の項に h_s が加わった形である。(Fig. (IV-4) 参照)。

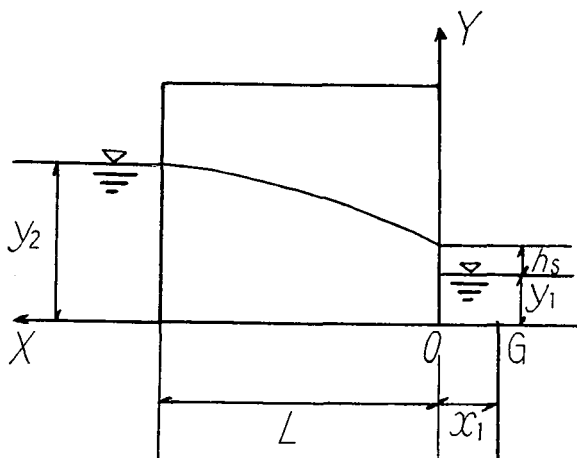


Fig. (IV-4)
Representative figure for formula (IV-4)

h_s すなわち浸出面の求め方について、T. G. Chapman は²⁸⁾、Muskat のホドグラフによる解析³³⁾を利用して L, y_2, y_1 の関数として h_s を求め、Fig. (IV-5) を得た。この方法は前記の C. E. Jaeger³²⁾ の finite difference method 中の critical depth theory とほぼ一致するものである。しかし Fig. (IV. 5) で求められる h_s は誘動毛管帯がほとんど存在しない場合であって、筆者の実験のうち誘動毛管帯が大きいほどくいちがうようである (Fig. IV-5 参照)。

* T. G. chapman の原文²⁸⁾ では Y 軸が上流端で、X の正の方向が下流方向である。

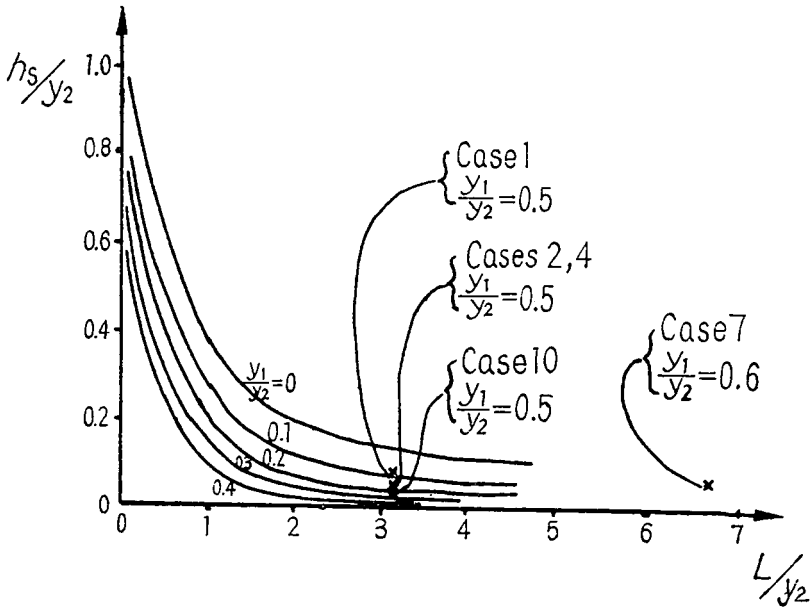


Fig. (IV-5)
Relation between h_s/y_2 and L/y_2 due to y_1/y_2 [after T.G. Chapman],
and the author's experimental values

T. G. Chapman⁴⁾によると、誘動毛管帯が存在し、下流測水深 y_1 が 0 の場合、Fig. (IV-6)のごとくなり、 $h_c/y_2 = 0.3$ までは (IV-4) 式が適用できると述べてある (h_c ：誘動毛管高のうちほぼ飽和領域までである)。

筆者の実験における y_1/y_2 , L/y_2 を計算して Fig. (IV-5) から h_s を求めてみると、Case 4, Case 10 の場合

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{9.1}{19.0} \doteq 0.5, \quad \frac{L}{y_2} = \frac{60}{19.0} \doteq 3.2 \longrightarrow \frac{h_s}{y_2} \doteq 0$$

Case 7 の場合

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{10.1}{18.5} = 0.6, \quad \frac{L}{y_2} = \frac{124.4}{18.5} = 6.7 \longrightarrow \frac{h_s}{y_2} \doteq 0$$

しかし筆者の実験では Table (IV-2) のような結果がでている。

筆者のこれらの実験結果から 誘動毛管帯を cut off すると長方形堤の場合 Table (IV-2) の Case 4, Case 10 のごとく浸出面 h_s の値はわずか小さくなる傾向があるが、傾斜堤の場合 (Case 7) は h_s の減少が認められなかった。

Dupuit, Casagrande の理論式 (IV-2 式) のごとく浸出面 h_s が存在しないことはない。

T. G. Chapman による Fig. (IV-5) から求められる h_s は本実験のように L , y_1 が大きく、 y_2 が小さいような場合には求められず、また一般に過小な値を与えるようである (Fig. (IV-5) にプロットした実験結果参照)。

一方、Fig. (IV-6) に Cases 1, 5, 8 の場合をプロットしてみた。この場合 Parameter として y_1/y_2 の代りに h_c/y_2 で示し、毛管帯の影響を示している。

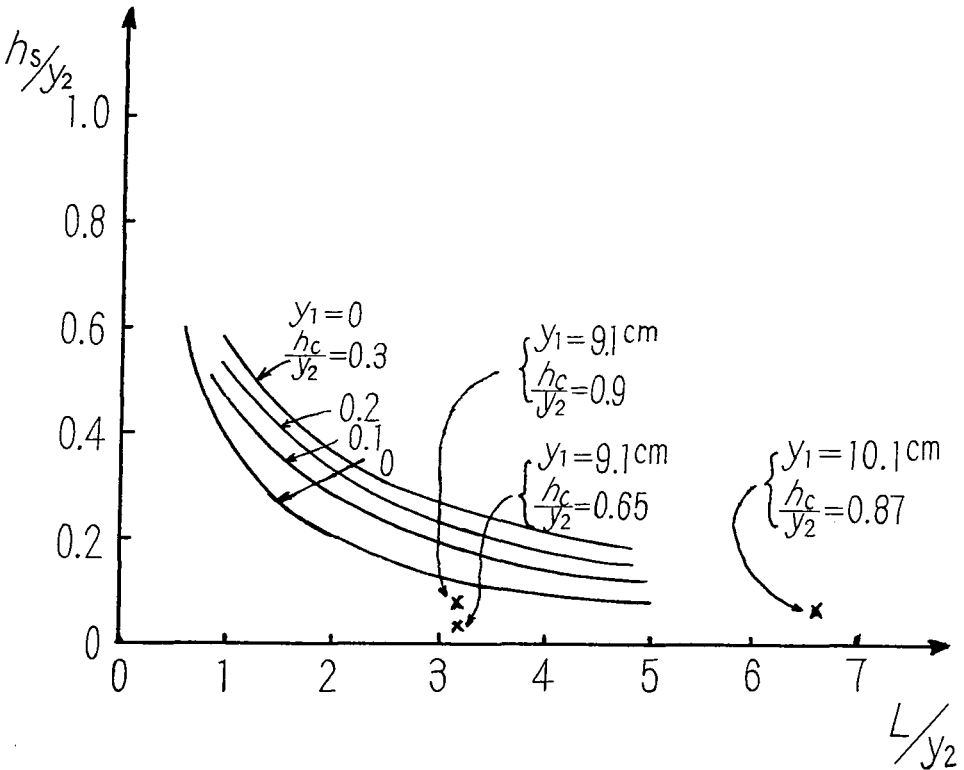


Fig. (IV-6)

Effect of capillary rise on the height of seepage surface [after T.G. Chapman], and the author's experimental values

Case	1	2	4	5	6	7	8	9	10
h_s (cm)	1.25	0.90	0.85	1.22*	1.22*	1.22*	0.75	0.75	0.70

Table (IV-2)

The author's experimental values of h_s

* These are the results of calculation (see AB of Fig. (IV-3)), and coincide with the experimental values

Cases 1~4 と Cases 8~10 は堤体材料が違って (後者の方が透水係数は大である), 後者の方が h_s の値がわずかに小さい. Fig. (IV-5) から求められる h_s には堤体材料による差違が表われていないがこの点考慮されなければならないと思う.

さて実験から求められた h_s を (IV-4) 式に使い, また (IV-2) 式により計算すると, Table (IV-3) のごとき自由水面の式が得られた.

(IV-2) 式と (IV-4) 式とから求められるものをプロットして Figs. (IV-7~15) を得た. 実験測定値と比較してみると, もちろん下流側では (IV-4) 式の方がよく一致するが, 上流側では (IV-2), (IV-4) 式とも一致しない. 長方形堤で堤体材料が細かい場合, 誘動毛管帯が存在すると上流側の自由水面の実測値はかなり低下しており (Figs. (IV-7, 8)), 誘動毛管帯を cut off するにつれて回復して, (IV-4) 式に近づいてくる. 自由水面が上流側で低下している現象につ

Case	equation (IV·2)	equation (IV·4)
1	$Y^2=4.64X+82.8$	$Y^2=4.23X+107$
2	$Y^2=4.64X+82.8$	$Y^2=4.35X+100$
4	$Y^2=4.64X+82.8$	$Y^2=4.37X+98.9$
5, 6, 7	$Y^2=1.94X+102$	nearly equal to eq. (IV·2)
8, 9	$Y^2=4.64X+82.8$	$Y^2=4.40X+97$
10	$Y^2=4.64X+82.8$	$Y^2=4.42X+96$

Table (IV·3)
Application of h_s to the formula (IV·4)

いては昭和38年度農土学会においても発表されているが³⁴⁾、水分拡散の非定常性、毛管流のためのヒステリシス現象、その他、土のレオロジーあるいは化学的変化が原因で浸透の条件が変わったためと推定される。この点は過去の現場の実測にも現れていることで、その原因と修正の方法が今後追究されなければならない。

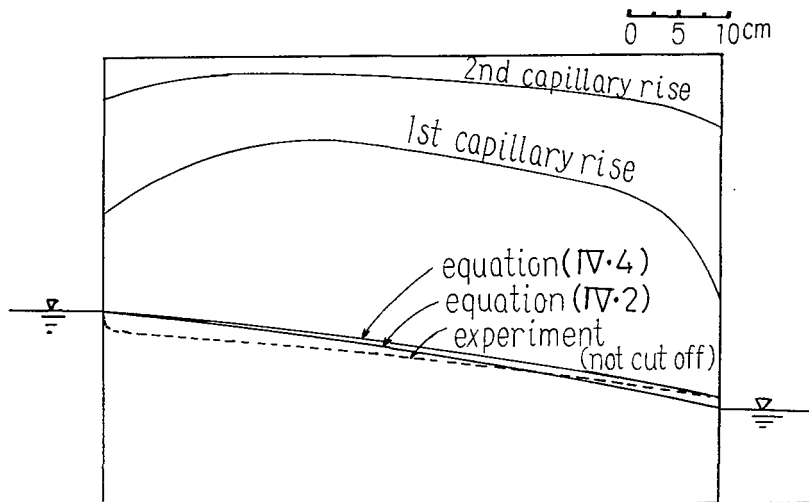


Fig. (IV·7) Case 1

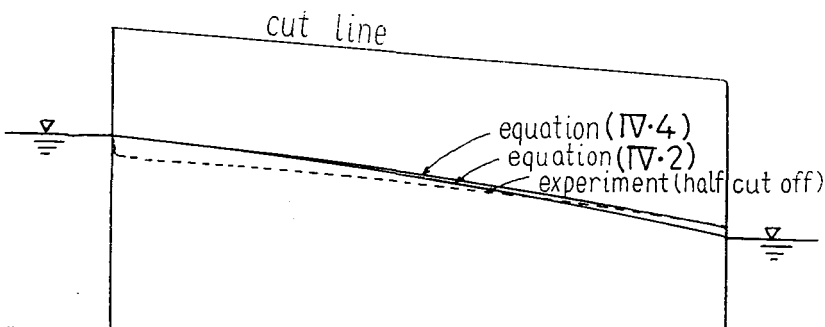


Fig. (IV·8) Case 2

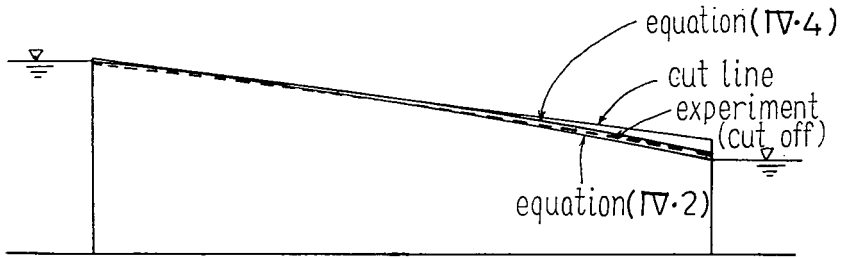


Fig. (IV.9) Case 4

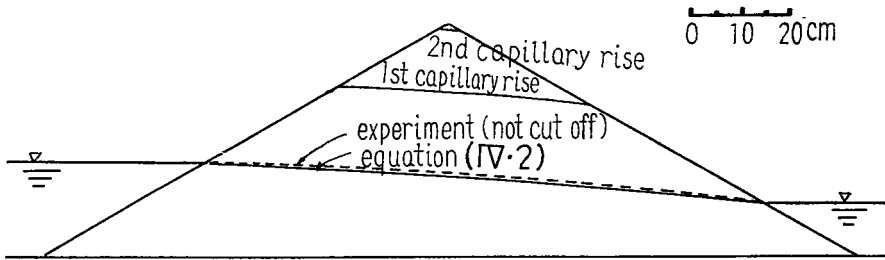


Fig. (IV.10) Case 5

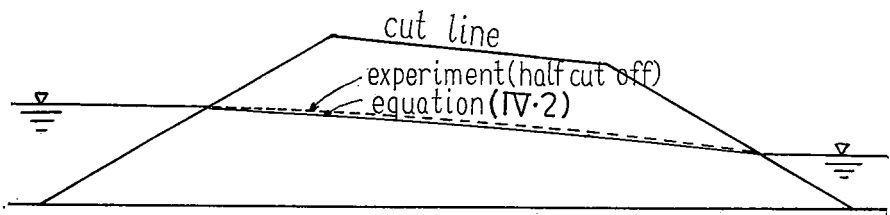


Fig. (IV.11) Case 6

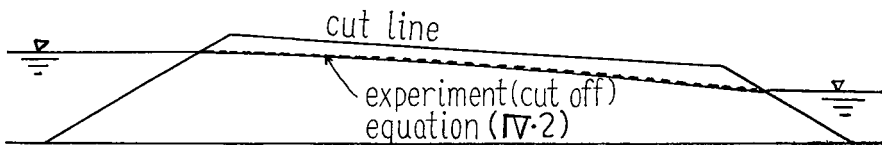


Fig. (IV.12) Case 7

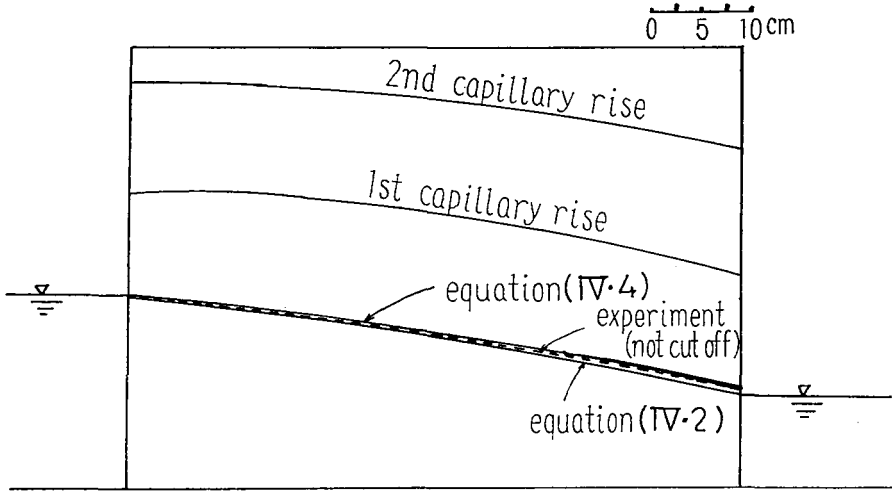


Fig. (IV-13) Case 8

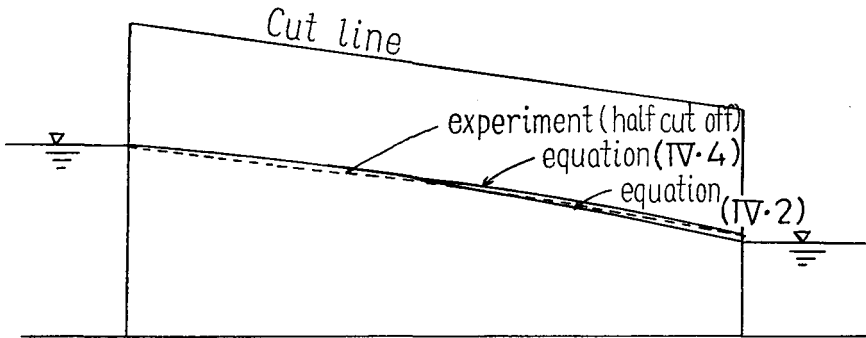


Fig. (IV-14) Case 9

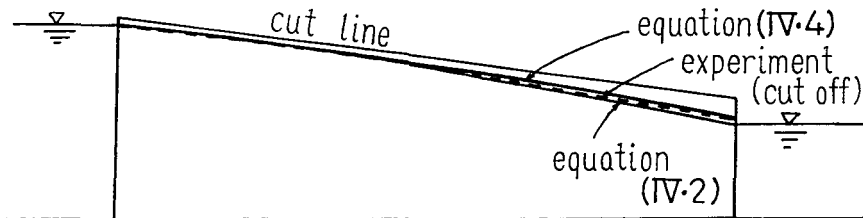


Fig. (IV-15) Case 10

Figs. (IV-5) ~ (IV-15) denote the forms of free surface by equation (IV-4) and results of experiments (not cut off, half cut off and cut off).

第4節 浸透流線、流速、流量、毛管ポテンシャル

第1項 浸透流線、流速

模型堤体中に特製の長い注射針をとりつけた注射器にて過マンガン酸カリ溶液を注入して、同色素を追跡することによって浸透流線を求めた。また10分間々隔 (Figs. (IV・16~18), ((IV・19~21)), 20分間間隔 (Figs. (IV・22~24)) の色素の移動をプロットして流速を求めた。この場合過マンガン酸カリ溶液はほぼ水の比重に等しい濃度であり、測定中の時間の経過とともに拡散するので、不明瞭で測定不可能になるとあらためて追加注入して追跡した。2次毛管帯(1次毛管高と2次毛管高の間)は不飽和毛管帯と考えられるが、Figs. (IV・16, 19, 22)のごとく不飽和帯の流線、流速は不飽和帯にその不飽和状態のままで色素液を注入することが困難であるから、時間の経過とともに色素が拡散し、もとの不飽和状態に復帰してから追跡した。その一、二の結果から判断すれば、不飽和帯の流速は飽和帯に比べ著しく低下する。

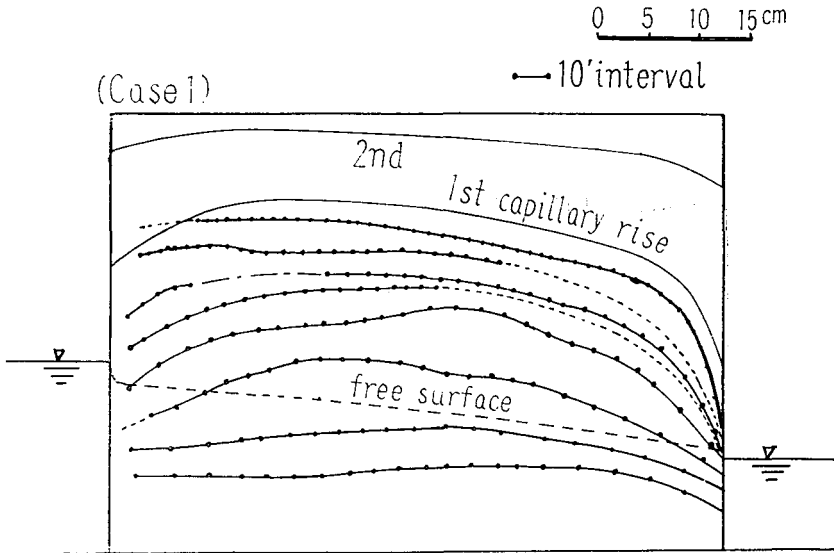


Fig. (IV-16)

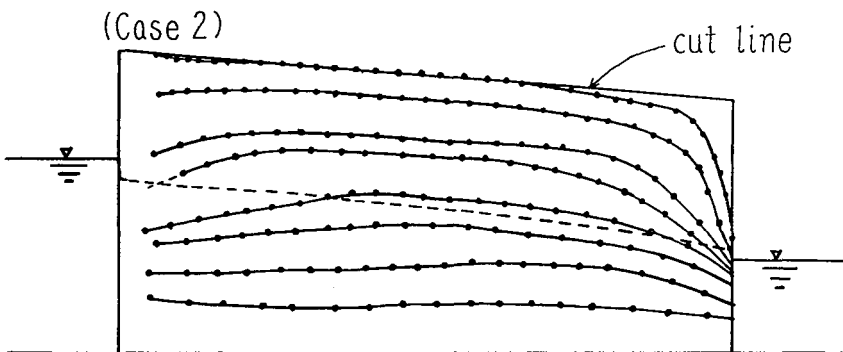


Fig. (IV-17)

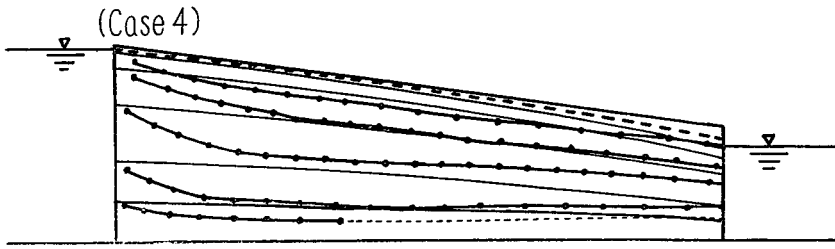


Fig. (IV-18)

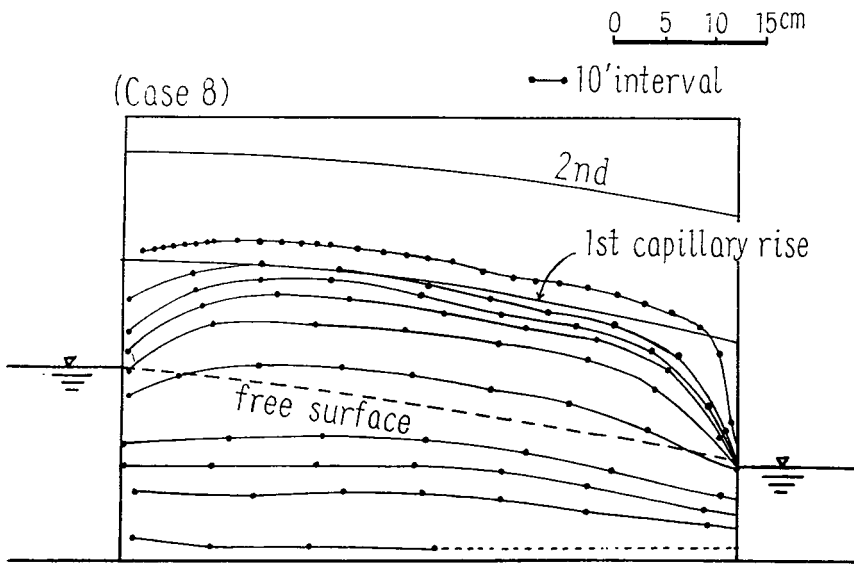


Fig. (IV-19)

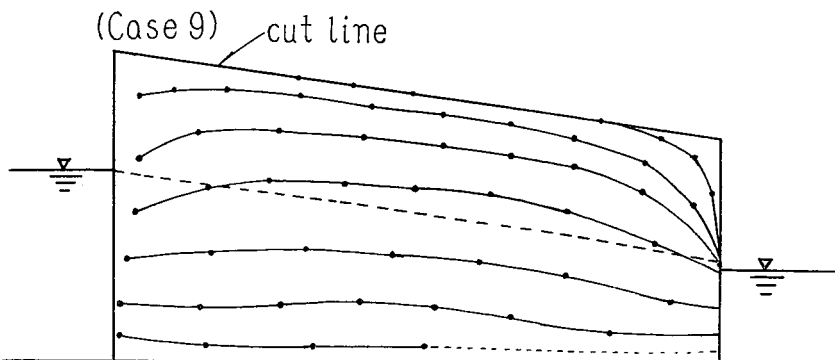


Fig. (IV-20)

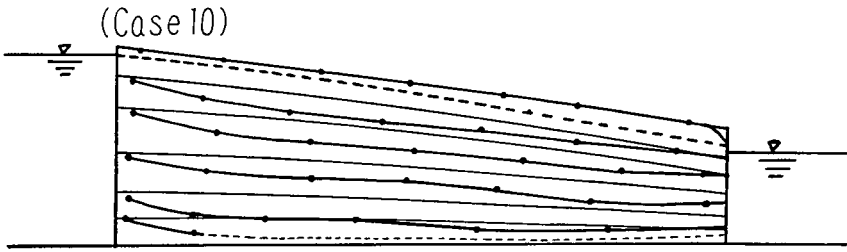


Fig. (IV.21)

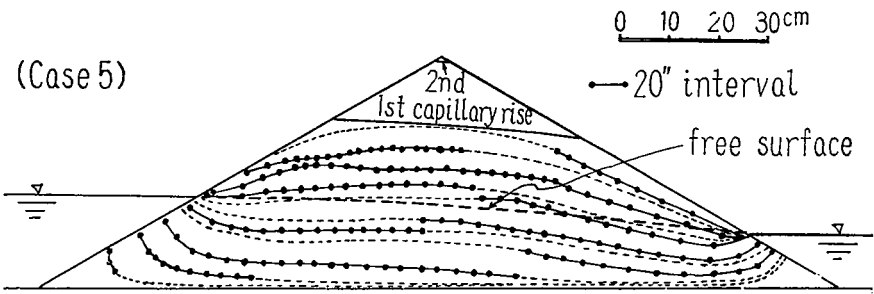


Fig. (IV.22)

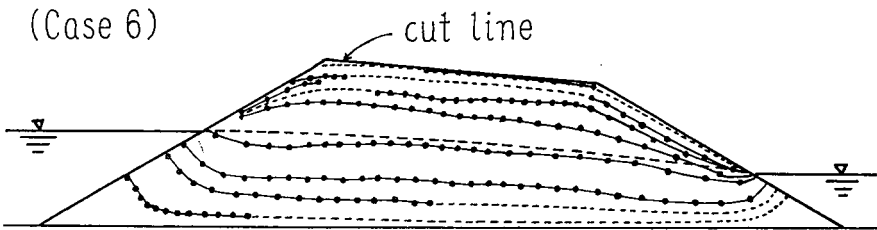


Fig. (IV.23)

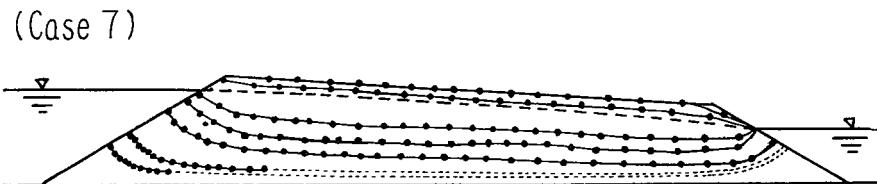


Fig. (IV.24)

Figs. (IV.16) ~ (IV.24) denote the plotting points of the flow of colouring matter and stream lines

毛管帯の流線は Figs. (IV・16, 17, 19, 20, 22, 23) などのごとく、毛管帯の浸透流水を補給するため自由水面を横切る流線があり、また下流端でも自由水面を横切って下流端に流出しているが、毛管帯の流れは上下流端付近を除いて自由水面に平行になる傾向がある。このような毛管帯の流れがあるような場合には毛管帯以下の流れも毛管帯にひかれ多少上に凸な流線であるが (Figs. IV・16, 17, 19, 20, 22, 23), 毛管帯を cut off すると自由水面に平行というよりはむしろ上に凹になっている (Figs. (IV・18, 21)). これは注目される点であって、自由水面を有する浸透相似模型の実験に際して毛管帯を適当に cut off すれば相似模型の近似度が高くなることを意味している。また毛管帯が存在しないと仮定している Dupuit の自由水面の式の焦点ではなく、自由水面 (この場合最上流線と考える) が h_s なる浸出面上端を通るとした場合と同じ焦点を有する流線群を Figs. (IV・18, 21) に示した (実線)。これによると実験結果はかなり異なっている。これは実測の流線が上流側で著しく低下しているためで、上流側 $1/3$ からはほぼ上記の流線の理論式に平行になると判断される。現場の実物堤で自由水面が上に凹になっている測定例が見出されるが、本実験結果のように理論値にくらべ実物堤の場合の浸透流線は上流側で上に凹なる形に低下していることが十分予想される。毛管帯を cut off した場合の2種の堤体についての浸透流線は Fig. (IV・25) のごとくであり、毛管帯を考慮した浸透模型実験では、粒径の大きさが浸透流線に大きく影響を与えるが、毛管帯を考慮しないでもよい (毛管帯を cut off した場合) 浸透実験では粒径の大小による流線の差違は小さいが全く一致するとは限らない (浸透路の状態の変化によると思われる)。結局毛管帯を cut off するような操作をしないかぎり、普通の浸透模型実験では粒径の大小が浸透流線に大きく影響することは明瞭である。

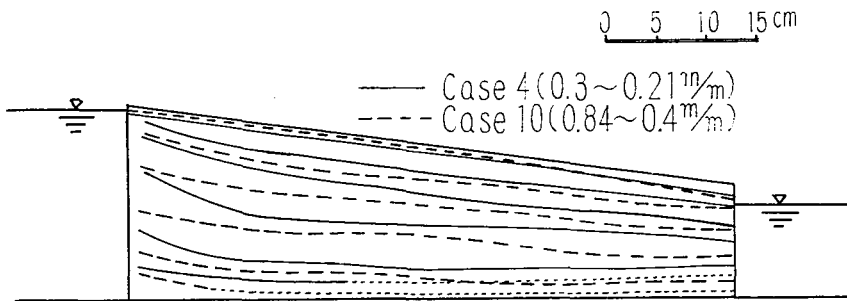


Fig. (IV・25)
Stream-lines according to the size of soil particles

浸透流速については Figs. (IV・16, ~24) の結果から Figs. (IV・26~34) に各垂直断面の流速の大きさと方向を矢印で示した。毛管帯 (飽和) の流速も予想外の大きさであって、1次毛管帯 (飽和毛管帯) までは急激な減少はみられない。堤体各点の浸透流速 (u) の理論式は浸透自由水面を表わす式において浸出面 h_c を考え、 $X=0$ において $Y=y_1+h_s$, $X=L$ において $Y=y_2$ を通る

$$x_1 = - \left(\frac{(y_1 + h_s)^2 \cdot L}{y_2^2 - (y_1 + h_s)^2} - \frac{y_2^2 - (y_1 + h_s)^2}{4 \cdot L} \right)$$

を焦点とする放物線を最上流線とし、不透層を最下流線として $w = (\phi + i \cdot \psi)^2 = X - x_1 + i \cdot Y$ なる写像関数から導かれる²⁷⁾。すなわち浸透流速の X 方向の成分は

$$u = \frac{k \cdot \sqrt{y_2^2 - (y_1 + h_s)^2}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{(-x_1 + X)^2 + Y^2} + (-x_1 + X)}{(-x_1 + X)^2 + Y^2}}$$

k : 浸透係数

この結果から各点の値を計算して点線で Figs. (IV・28), (IV・31) に示した。水平方向の成分である計算値を流線方向になおしてもやや異なった値を示しているが、傾向は一致している。

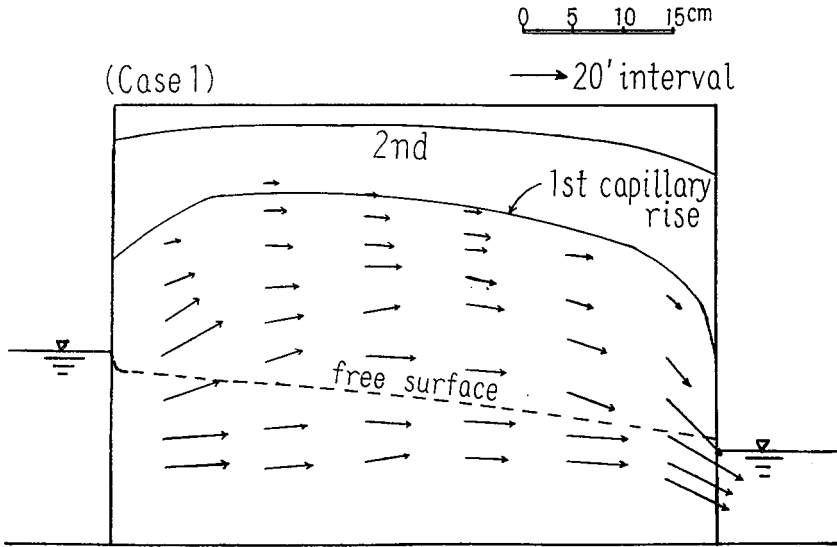


Fig. (IV・26)

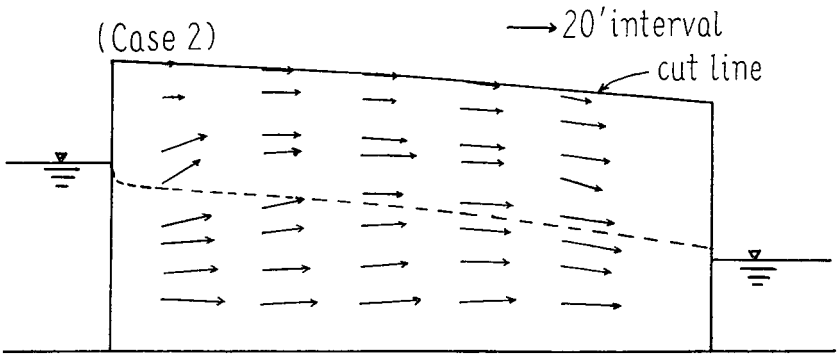


Fig. (IV・27)

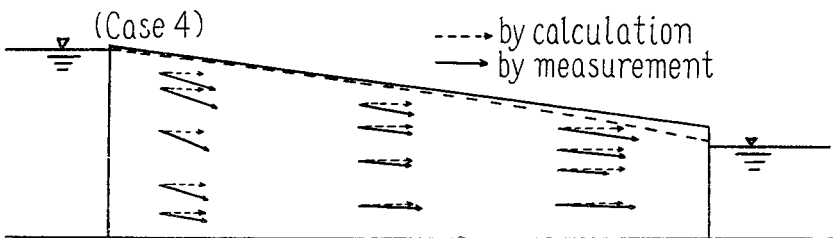


Fig. (IV・28)

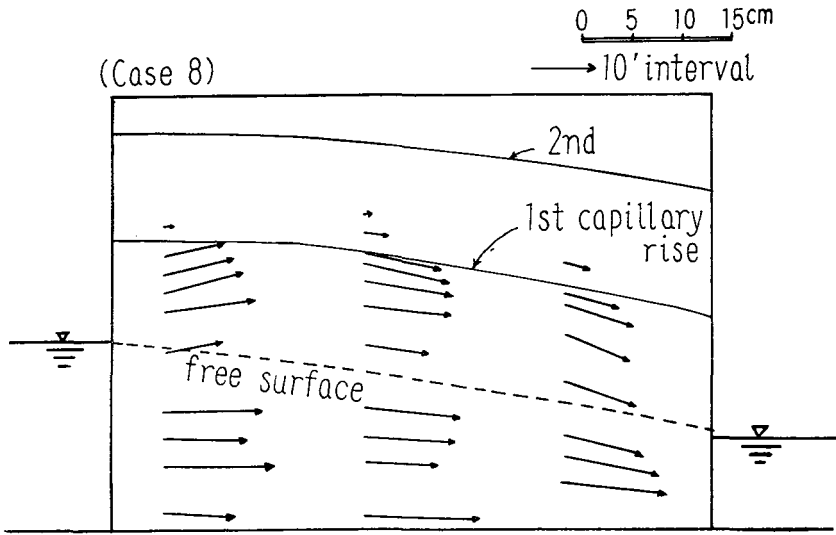


Fig. (IV-29)

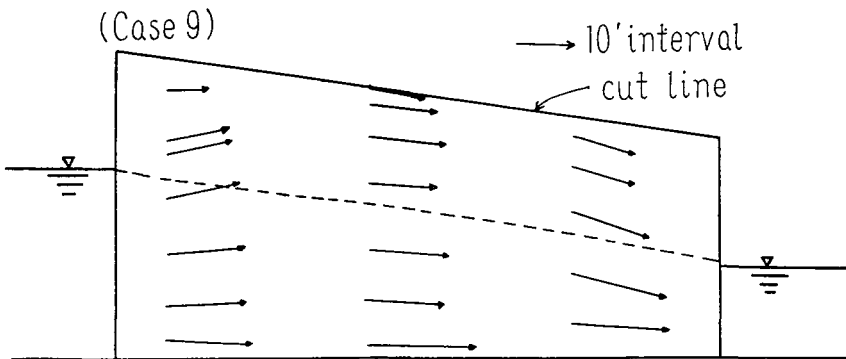


Fig. (IV-30)

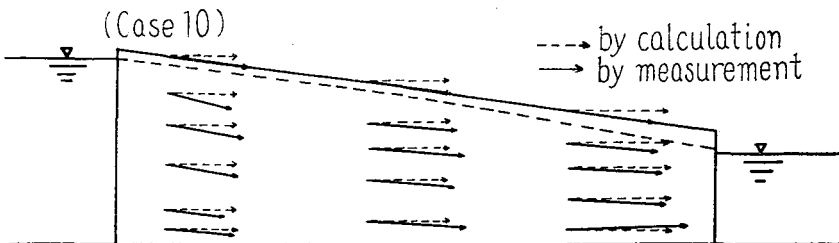


Fig. (IV-31)

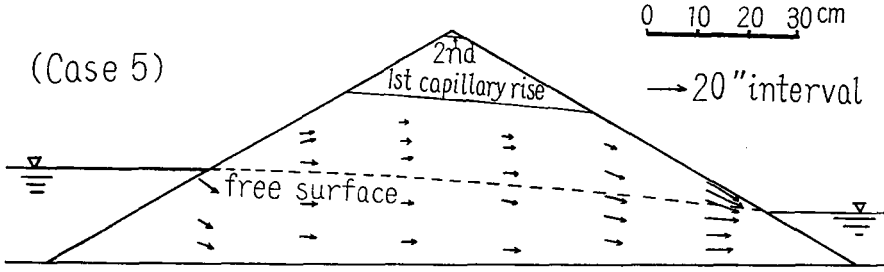


Fig. (IV.32)

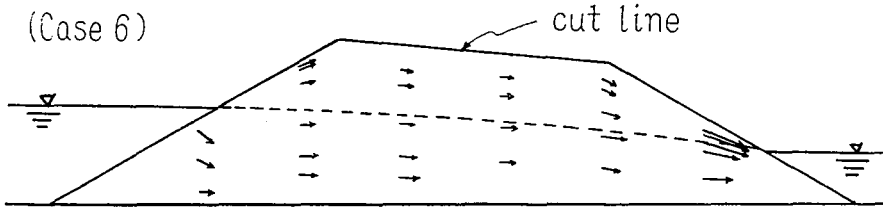


Fig. (IV.33)

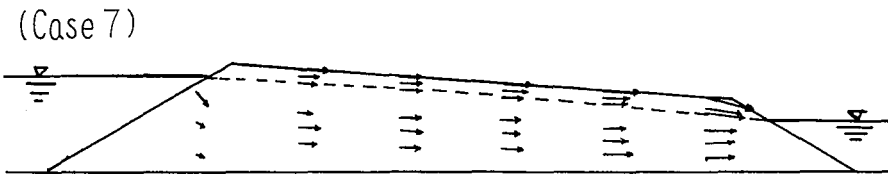


Fig. (IV.34)

Figs. (IV.26) ~ (IV.34) denote the stream velocity distributions

第2項 浸透流量

毛管帯が存在しない場合の長方形堤防の浸透流量の求め方は

$$q_D = k \cdot (y_2 - y_1) \cdot \frac{\phi_2 - \phi_1}{\phi_2 - \phi_1}$$

から formfactor $\frac{\phi_2 - \phi_1}{\phi_2 - \phi_1}$ を求めて誘導する方法²⁷⁾ あるいは Dupnit が最上流線上の一点の水
 面傾度 $\frac{dy}{dx}$ を Darcy 公式に適用して求めた方法がある. すなわち

$$q_D = k \cdot \frac{y_2^2 - y_1^2}{2L} \dots\dots\dots (IV.5)$$

があるが, T. G. Chapman は閉曲面 S なる境界領域内の任意の 2 調和関数を本実験の場合の境
 界条件に適用して (IV.5) 式を求めている³⁵⁾. 彼は同様に Fig. (IV.35) のごとき毛管帯を考慮
 に入れた場合に適用している⁴⁾.

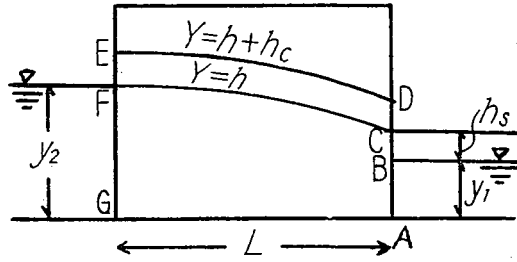


Fig. (IV.35)
Representative figure for formula (IV.6)

すなわち,

$$q_c = k \cdot \frac{y_2^2 - y_1^2}{2 \cdot L} + \frac{k \cdot h_c}{L} (Y_E - Y_D) - \frac{k}{W \cdot L} \left(\int_C^D P \cdot dY + \int_E^F P \cdot dY \right) \dots \dots (IV.6)$$

毛管帯による流量の増加は,

$$q_c - q_D = \frac{k \cdot h_c}{L} (Y_E - Y_D) - \frac{k}{W \cdot L} \left(\int_C^D P \cdot dY + \int_E^F P \cdot dY \right)$$

CD, EF における圧力が 0 と $-wh_c$ の間を linear に変わると仮定すれば,

$$\int_C^D \frac{P}{w} \cdot dy = -\frac{1}{2} \cdot h_c \cdot (Y_D - Y_C), \int_E^F \frac{P}{w} \cdot dY = -\frac{1}{2} \cdot h_c \cdot (Y_F - Y_E)$$

となり, EF, CD の中点をそれぞれ M, N とすれば

$$q_c - q_D = \frac{k \cdot h_c}{2 \cdot L} \cdot (Y_E + Y_F - Y_C - Y_D) = \frac{k \cdot h_c}{L} \cdot (Y_M - Y_N)$$

また T. G. Chpman⁴⁾ は $y_1 = 0$ の場合, h_c/y_2 を Parameter として L/y_2 の変化に対する q_c/q_D の値を求めている (Fig. (IV.36)). 同図によると, L/y_2 が大になれば q_c/q_D は明らかに大になるが, ある限界では一定値に近づき, この場合近似的には $\frac{q_c}{q_D} = 1 + 1.6 \cdot \frac{h_c}{y_2}$ が成立することを示している. また h_c/y_2 の値が大きい場合について筆者の実験結果を Fig. (IV.36) にプロットしてみると, 妥当な位置にプロットされるようである.

第3項 毛管ポテンシャル

毛管帯の浸透水の流動を知る手がかりとして, 毛管帯と自由水面近傍に多孔質素焼をマンメータに連結した tensiometer をそう入して (Fig. (IV.1)), 毛管浸透中の毛管ポテンシャルを測定した (Fig. (IV.37)). 毛管ポテンシャルは PF 値に換算し, 自由水面上の高さを Z とし, これも常用対数値に換算した. 浸透毛管帯ではなく, 静止毛管帯の場合は毛管ポテンシャルが水面上の高さに比例するはずであるから, それを点線で示した. また正圧は負の PF 値として便宜上

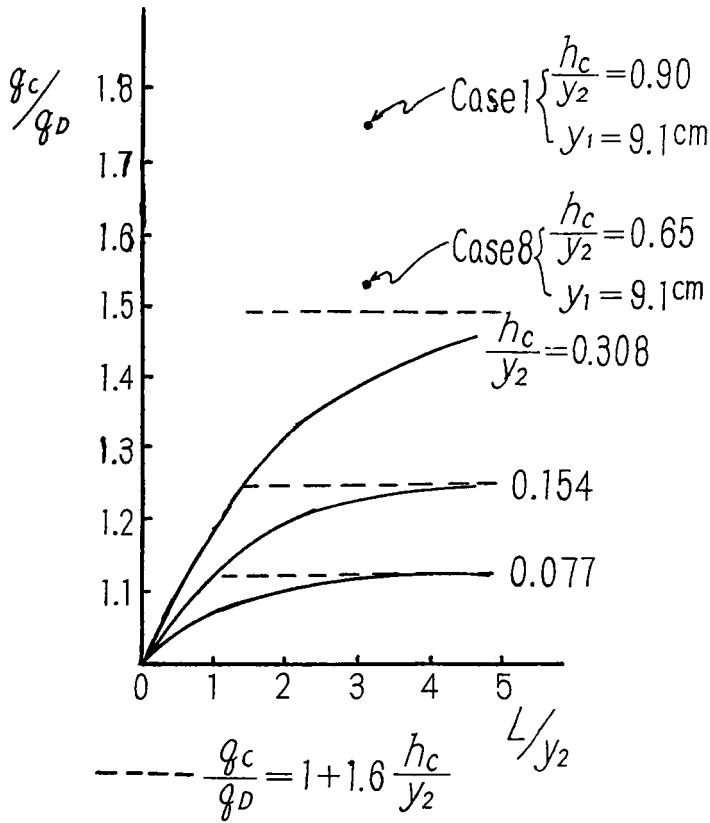


Fig. (IV-36)

Relation between q_c/q_D and L/y_2 due to h_c/y_2 [after T. G. Chapman], and the author's experimental values

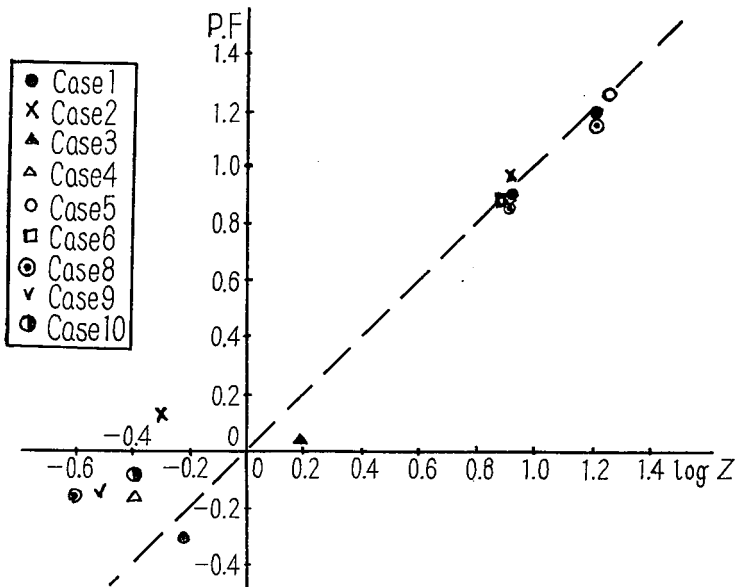


Fig. (IV-37)

Relations between P.F. and $\log z$, z : height above the free surface

表わした。静止毛管帯の場合示すべき PF 値と毛管浸透の場合の PF 値を比較すると、自由水面、浸出面近傍を除くと静止毛管帯の場合示すべき PF 値を示しているようであるが、自由水面、浸出面近傍ではむしろ予想される負圧ではなく正圧を示している。このことは自由水面近傍の複雑性を示していると思われる。

第 V 章 毛管帯を考慮した浸透現象への Iteration Method の適用

第 1 節 ま え が き

第 IV 章において自由水面上の毛管帯がいわゆる自由水面（大気圧と等しい面）、浸出面、流線、流速、流量等に影響をおよぼし、従来の諸計算と異なる結果を与えることについてのべた。たしかに自由水面は流線ではなく、自由水面を横切って流れる流線が存在し、自由水面といわゆる浸潤線（最上流線）とは区別して考える。したがって自由水面を横切る流線は Dupuit, Forchheimer 等が与えている自由水面の式とは異なり、未だ真の自由水面、浸潤線、流線を示す式は見当らない。今後種々の試みがなされると思われるが、筆者は自由水面上の毛管帯のポテンシャル分布を考えに入れて、手数さえいとわなければ必ず解ける Iteration Method によって、毛管帯をも含めた浸透流を考えてみた³⁶⁾。

第 2 節 Iteration Method

Iteration Method^{37,38)} と同じような方法に Relaxation Method^{39,40)} がある。原理は全く同じであるが、Iteration Method は Relaxation Method をさらに使い易くしたもので、Relaxation Method における Relaxation Pattern とか、曲線境界または斜めの直線図形などの場合に、Irregular star 称する特別な網目を設けなくて、後にのべる Iteration Pattern によって簡単にできる。動水ポテンシャル φ を水頭の形で

$$\varphi = \frac{P}{\rho \cdot g} + y \quad \left(\begin{array}{l} P: \text{水圧}, \rho: \text{水の密度} \\ y: \text{基線上の位置} \end{array} \right)$$

とすれば

$$u = -k \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = -k \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

(u, v はそれぞれ x, y 方向の流速, k は透水係数)

さらに連続の条件「任意の領域をとったとき、その境界を通して領域内に流れこむ水量の総和は常に 0 である」をもって問題とする領域を網目に分け、各網目に φ の値を勝手に与え、上記の条件を満足するように逐次なおしていくわけである。最初に与えた値が真値に近いほど計算の手間は少ないが、適切な一般法則はないので経験をつむことが必要である。

正しい値の満足すべき条件はつぎのようにして求められる。Fig. (V-1) のごとき A を中心とした網目から、長さの等しい腕 AB, AC, AD, AE がでてくる。

各腕の垂直 2 等分線を作り、新しくできた小さな正方形を $fghi$ とし、A, B, C, D, E, の動

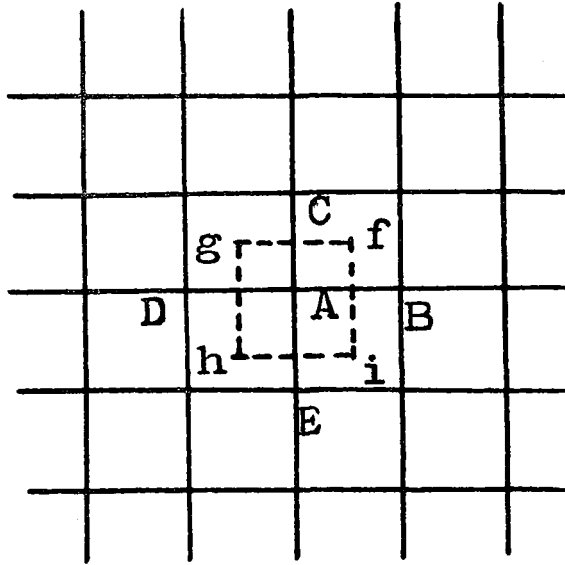


Fig. (V.1)
Representative figure for formula (V.1)

水ポテンシャルをそれぞれ $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D, \varphi_E$ とする。線分 gh を通して $fghi$ 内に流れこむ水の量は単位時間に $k \cdot \{(\varphi_D - \varphi_A) / AD\} \cdot gh$, 他の線分について同様な式を作り, 連続の条件を求めると

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n - \varphi_A &= 0 \\ \varphi_n &= \frac{1}{4} \cdot (\varphi_B + \varphi_C + \varphi_D + \varphi_E) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (V.1)$$

浸透問題に適用する場合, 境界条件をつぎのように類別する。

第1種の境界条件

求める関数を φ とすると, 境界上で φ が与えられている場合

第2種の境界条件

境界上の法線方向の微係数 $\partial\varphi/\partial n$ に対して, $\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0$ が成立する場合

その他

自由水面を有する浸透問題では, 部分的に第1種であったり, 第2種であったりする混合境界値問題である。境界の形がきまれば, 領域にもっともよく近似する網目を組んで, 網の外の部分からの水の出入はないと考え, 境界値付近の網目に対してはつぎのごとき Iteration Pattern を与えて網目のポテンシャルを計算して, (V.1) 式の条件が全ての網目にほぼ成立つまで繰返す。たとえば Fig. (V.2) の場合, 曲線は第2種の境界条件をもつ境界とし, 網目ⓑ, ⓒ, ⓓ, ⓔ, ⓕ, ⓖ, の各点は第1種の境界条件の境界値として与えられており, 二重線より下の部分のみが現象に関与する領域と考えれば, 内部の網目 A, F, G, H, I, J, L, M, N, O, Q, R, S, T, W のポテンシャルを求めるための Iteration Pattern はつぎのようになる。

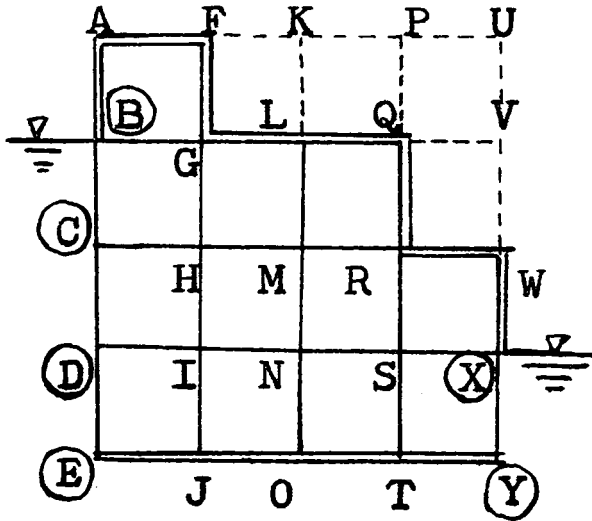


Fig. (V.2)

Representative figure for Iteration patterns of rectangular dike

(i) 網目 A, F, Q W について (Fig. (V.3))

$$\varphi_n = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_1 + \varphi_2)$$

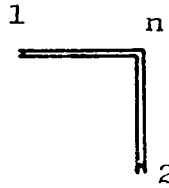


Fig. (V.3)

(ii) 網目 G, R について (Fig. (V.4))

$$\varphi_n = \frac{1}{3} \cdot (\varphi_1 + \varphi_2) + \frac{1}{6} \cdot (\varphi_3 + \varphi_4)$$

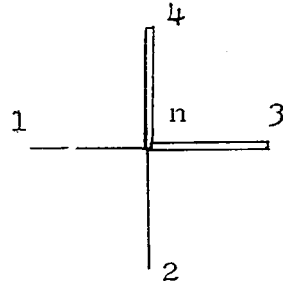


Fig. (V.4)

(iii) 網目 H, I, M, N, S について (Fig. (V.5))

$$\varphi_n = \frac{1}{4} \cdot (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)$$

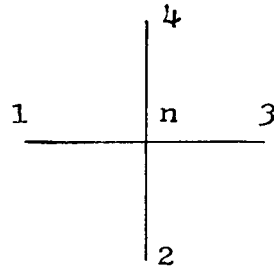


Fig. (V.5)

(iv) 網目 C, D について (Fig. (V.6))*

$$\varphi_n = \frac{1}{3} \cdot (\varphi_1 + \varphi_3 + \varphi_4)$$

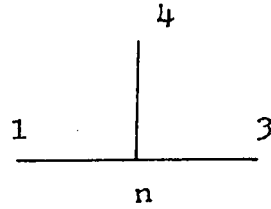


Fig. (V.6)

(v) 網目 L, J, O, T について (Fig. (V.7))

$$\varphi_n = \frac{1}{2} \cdot \varphi_2 + \frac{1}{4} \cdot (\varphi_1 + \varphi_3)$$

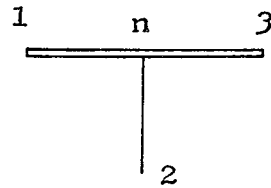


Fig. (V.7)

Figs. V.3) ~ (V.7) denote the Iteration patterns of rectangular dike

点 K, P, U, V は現象に關与しない網目と考える。また Fig. (V.8) のような場合、現象に關与する領域を二重線内部と考えれば、各網目の Iteration Pattern はつぎのようになる。x, y 等は網の正方形の一辺を 1 とした場合の長さである。

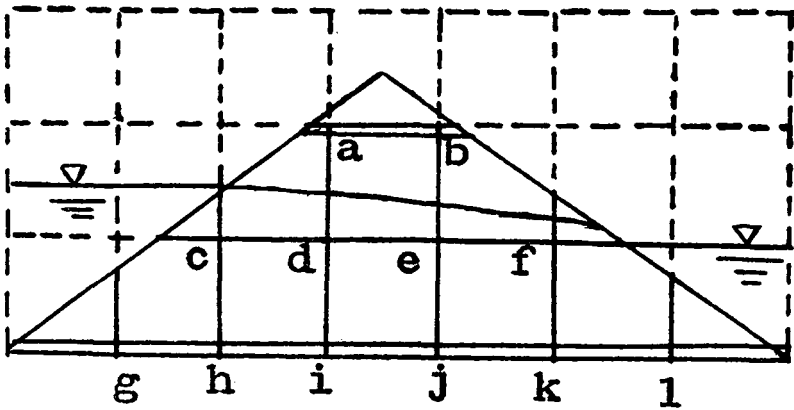


Fig. (V.8)

Representative figure for Iteration patterns of sloping dike

(vi) 網目 a, b について (Fig. (V.9))

$$\varphi_n = \frac{\frac{1}{2 \cdot x} \cdot \varphi_1 + \varphi_2 + \frac{1}{2} \cdot \varphi_3}{\frac{1}{2 \cdot x} + 1 + \frac{1}{2}}$$

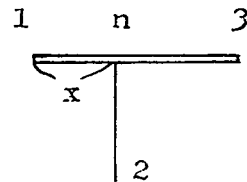


Fig. (V.9)

* C, D は既知であるから実際上行なわないが、チェックの意味で用いる場合である。

(vii) 網目 *c, f* について (Fig. (V.10))

$$\varphi_n = \frac{\frac{1}{x} \cdot \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \frac{1}{y} \cdot \varphi_4}{\frac{1}{x} + 1 + 1 + \frac{1}{y}}$$

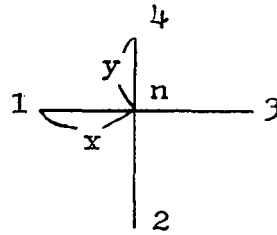


Fig. (V.10)

(viii) 網目 *g, l* について (Fig. (V.11))

$$\varphi_n = \frac{\frac{1}{2} \cdot \varphi_1 + \frac{1}{2} \cdot \varphi_3 + \frac{1}{y} \cdot \varphi_4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{y}}$$

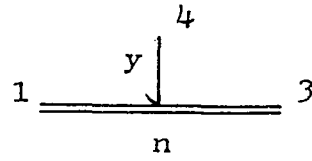


Fig. (V.11)

Figs (V.9) ~ (V.11) denote the Iteration patterns of sloping dike

網目 *d, e* については (iii), 網目 *h, i, j, k* については (iv) の場合を適用する。その他、場合によっては種々の Pattern を必要とすることがあるから、そのつど求めればよい。Fig. (V.3) の場合は網目が粗い場合の例であるが、実際問題として初めから細かい網目 (finer network) で Iteration を行なうことは手間がかかるから、粗い網目 (Coarse network) で境界にそった網目を組んで Iteration を行ない、細かい網目の初期値を与えるようにすれば、割合早く完了する。この場合、境界値にそった細かい網目の組み方は必ずしも粗い網目の組み方に一致しなくてもよい。粗い網目の初期値を与えることは熟練することによって大体の見当がつく。初期値が最終値に (真値に近い) 近ければ近いほど、完了するまでの時間が短かくてよい。初期値がきまれば Iteration を行ない、(V.1) 式の左辺の値 (残差という) が 1 ~ 2 程度になるまで繰返すわけである。この場合機械的にここで計算される φ_n をつぎの操作の初期値として計算してもよい。またこの方法の利点はたとえ途中で計算をまちがえても、最終の計算がまちがっていなければよいという点である。

第3節 実験方法

第 IV 章第 2 節の実験方法とほぼ同じであるが、使用した材料の粒径、築堤方法、水位差、傾斜堤のコウ配を変えて実験した。

すなわち、Photos. (V.1, 2) に示すごとく丸東製水銀温度調節器、継電器、ヒータを接続して、浸透水温を実験中一定に保ち、粒径 1.2 ~ 0.6mm, 0.6 ~ 0.3mm 2 種の土にて長方形堤 (幅 60cm, 29cm, 高さは毛管高に余ゆうを残した)、傾斜堤 (1 : 2) を 0.50m × 1.60m × 0.155m なる片面ガラス張水槽中に設け、自由水面、誘動毛管最上端、流線、流量を測定した。実験の種類を表にすると Table (V.1) の通りである。

自由水面は位勢探知器にて測定し、誘動毛管最上端は浸透中色素が停滞する上界として求め、流線は各点に注入した色素を追跡して求めた。

Kind	Run1	Run2	Run3	Run4	Run5	Run6	Run7	Run8	Run9	Run10
Form.										
Grain Size (mm)	1.2 0.6	1.2 0.6	1.2 0.6	1.2 0.6	0.6 0.3	0.6 0.3	0.6 0.3	1.2 0.6	1.2 0.6	0.6 0.3
Head (cm)	30.4 16.0	36.1 16.0	41.1 16.0	26.0 16.0	26.0 16.0	32.7 16.0	38.6 16.0	21.2 13.3	23.6 13.3	21.2 13.3
Method.	Compacted the air-dried soil			Compacted Soil with water						
water temp.	27.0°C	"	"	26.5°C	"	"	28.0°C	28.7°C	27.7°C	26.0°C
Fig.	/	/	∇-12~17	/	/	∇-18-22	/	∇-23-24	/	∇-25

Table (V-1)
Kinds of experiments

第4節 本法の適用と実験結果

筆者の行なった実験の種類のうちより、Run 3, Run 6, Run 8, Run 10 について Iteration Method を適用して、等ポテンシャル線、自由水面、流量を求め、実験結果と比較してみた。

第1項 等ポテンシャル線、自由水面

(i) Run 3 について (Photo. (V-3))

上流面、下流面を第1種の境界条件を有する境界とし、実験にて求められた誘動毛管最上端と不透層境界を第2種の境界条件を有する境界として、はじめに coarse network にて Iteration を行なうと Fig. (V-12) となる。これらの結果を用いて、finer network (Fig. (V-13)) にて Iteration を行ない、ポテンシャル分布を求め、これより等ポテンシャル線を求める。自由水面は大気圧と等しい圧力を有する面であるから、その面のポテンシャルは位置のポテンシャル(位高)だけとなり、ある位高の線を水平にのぼし、それに相当する等ポテンシャル線との交点は自由水面(———線で示す。以下同様)である。Dupuit 式による自由水面(-----線で示す。以下同様)、位勢探知器を用いて実験による自由水面(———線で示す。以下同様)以上3者と比較して、Fig. (V-13) に示す。

Figs. (V-14, 15) は位勢探知器で求められた自由水面が coarse network または finer network にて交わる内部の各点のポテンシャルが与えられるので、これで規制して Iteration を行なった*結果である。第2種の境界については Figs. (V-12, 13) と同じである。当然のことながら、これらポテンシャル線から求めた自由水面は実測と全く一致する。

Fig. (V-16) はここで用いている media (1.2~0.6mm) の上流端における誘動毛管高(ほぼ飽和毛管高に等しいと思われる)を $H_c = 2.1\text{cm}$ (実測) とし、誘動毛管最上端を (V-2) 式⁷⁾ と仮定して求め、Figs. (V-14, 15) の場合と同様にして示した結果である。

* もちろん第1種、第2種の境界を与えている。以下の文でも同様

$$Y^2 = \frac{(y_2 + H_c)^2 - (y_1 + H_c)^2}{L} \cdot X + (y_1 + H_c)^2 \dots\dots\dots (V\cdot 2)$$

- Y : 下流下端より上流に X なる距離の誘動毛管高
- L : 堤 体 幅
- y₁ : 下流側水深
- y₂ : 上流側水深

Fig. (V・17) は浸透の場合における media が異なって (0.6mm～0.3mm), 上流端における誘動毛管高 (ほぼ飽和毛管高に等しい) を $H_c = 4.7\text{cm}$ (実測) として, 誘動毛管最上端を (V・2) 式と同様になるものと仮定して求め, それにそった網目を組んで Iteration で求めたポテンシャル分布, 等ポテンシャル線, 自由水面をえがいたものである. これらの結果から判断すれば, 浸透現象に關与する網目の領域を (V・2) 式にそった網目として Iteration を行なってもポテンシャル分布, 自由水面に大差はないといえる (Fig. (V・13) と Fig. (V・16) を比較してみるとわかる). また Figs. (V・16, 17) を比較すると, media が異なると自由水面の違いがいく分かあり, ポテンシャル分布, 等ポテンシャル線には違いがはっきりあらわれているようである.

(ii) Run 6 について (Photo. (V・4))

堤体幅を小さく, 水位差を大きくとった場合の実験に Iteration Method を適用した結果を示す. media は 0.6～0.3mm で, Fig. (V・18) に示すごとく, (i) と同様実験で求められた誘動毛管最上端にそった網目によって Iteration を行ない, Fig. (V・19) に移して finer network にて Iteration を行ない, 等ポテンシャル線, それから求まる自由水面 (---線で示す), Dupuit 式の自由水面 (----線で示す), 位勢探知器を用いた実験による自由水面 (----線で示す) をえがいた.

Figs. (V・20, 21) は Figs. (V・14, 15) と異なり, 実験による自由水面から内部の 1 点のポテンシャルを与え Iteration を行なった結果である.

Fig. (V・22) は Fig. (V・16) と同様, 上流端の誘動毛管最上端を $H_c = 4.7\text{cm}$ (実測) として (V・2) 式で求め, 等ポテンシャル線, それから求まる自由水面, Dupuit 式の自由水面, 位勢探知器を用いた実験による自由水面をえがいたものである. これらの結果から判断すれば, Run 3 の場合と同様 Iteration による自由水面は Dupuit 式と位勢探知器を用いた実験による自由水面の中間で妥当なものではなからうか. さらに Fig. (V・19) と Fig. (V・22) を比較すれば, ポテンシャル分布にはいく分かの差違があらわれるが, 自由水面の差になると僅小になる. Fig. (V・20, 21) のごとく内部の 1 点のポテンシャルを与えて Iteration を行えば, 与えた点付近の自由水面は実験値と一致するが, 遠い点では実測自由水面以下に低下し, 実状に合わない. ゆえに内部の 1 点のポテンシャルを与えて Iteration を行なうことは好ましくなく, Fig. (V・15) のごとく内部の点を与えるならば自由水面全域にわたって与えないと良い結果が得られない.

誘動毛管最上端 (浸透現象に關与する領域) を (V・2) 式で求め, それにそった網目について Iteration を行なっても大差はないといえる (Figs. (V・19, 22) を比較して).

(iii) Run 8 について (Photo. (V・5))

Figs. (V・23, 24) は media 1.2mm～0.6mm, 傾斜堤 (1:2) について (i), (ii) と同様の条件で Iteration を行ったものである. Iteration の結果より求めた自由水面, 位勢探知器を用いて実測した自由水面, Dupuit 式の自由水面 3 者ともほとんど同じ結果であるが, 実測による自由水面, Dupuit 式の自由水面については, 第 IV 章の実験と対比して, 前者が後者にくらべいく分高い点など一致している.

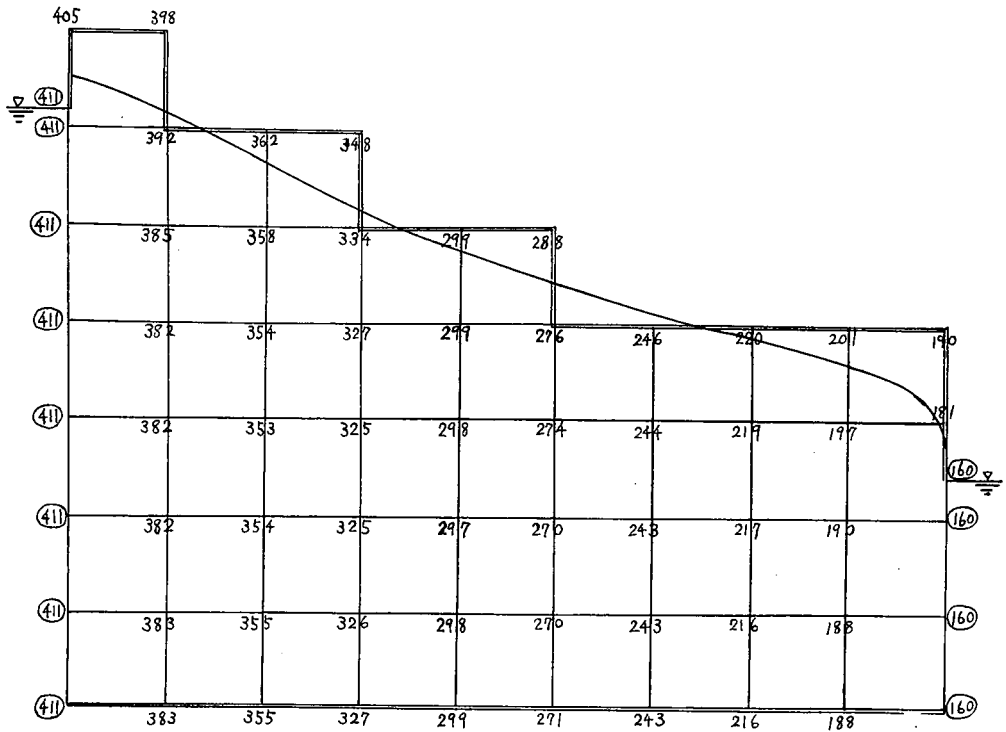


Fig. (V-12)

Result of Iteration (coarse network) on Run 3 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

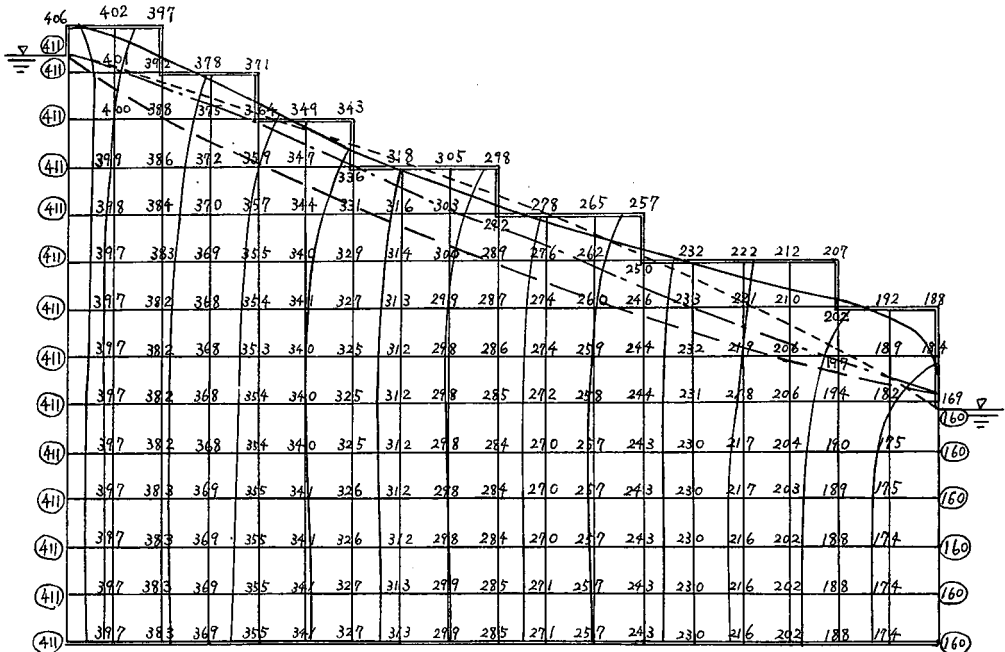


Fig. (V-13)

Result of Iteration (finer network) on Run 3 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

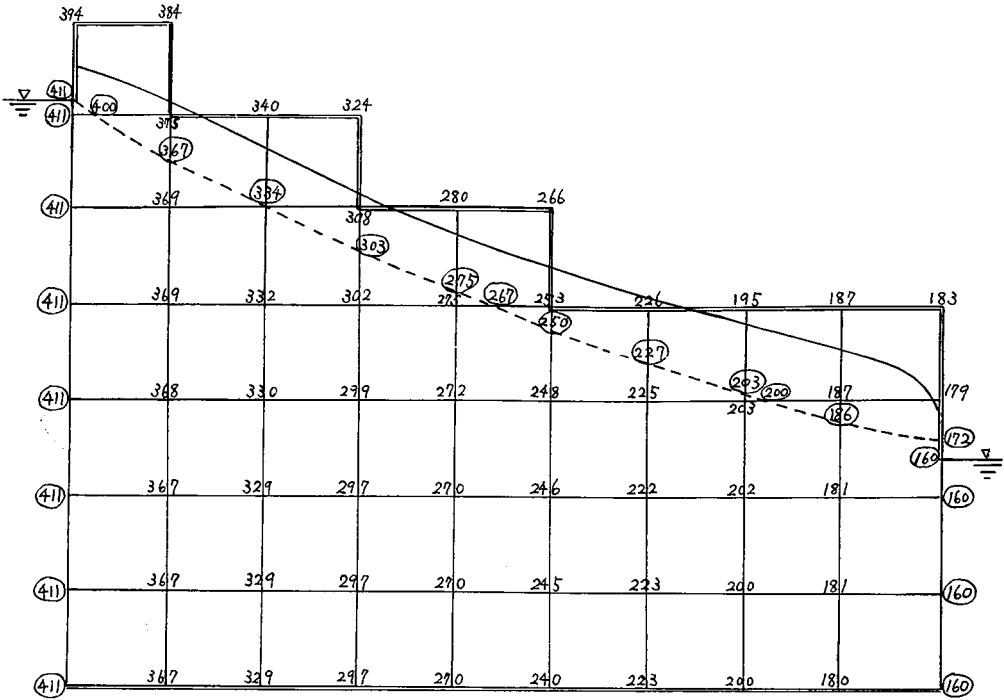


Fig. (V.14)

Result of Iteration (coarse network) on Run 3 when measured potential values are given in addition to Fig. (V.12)

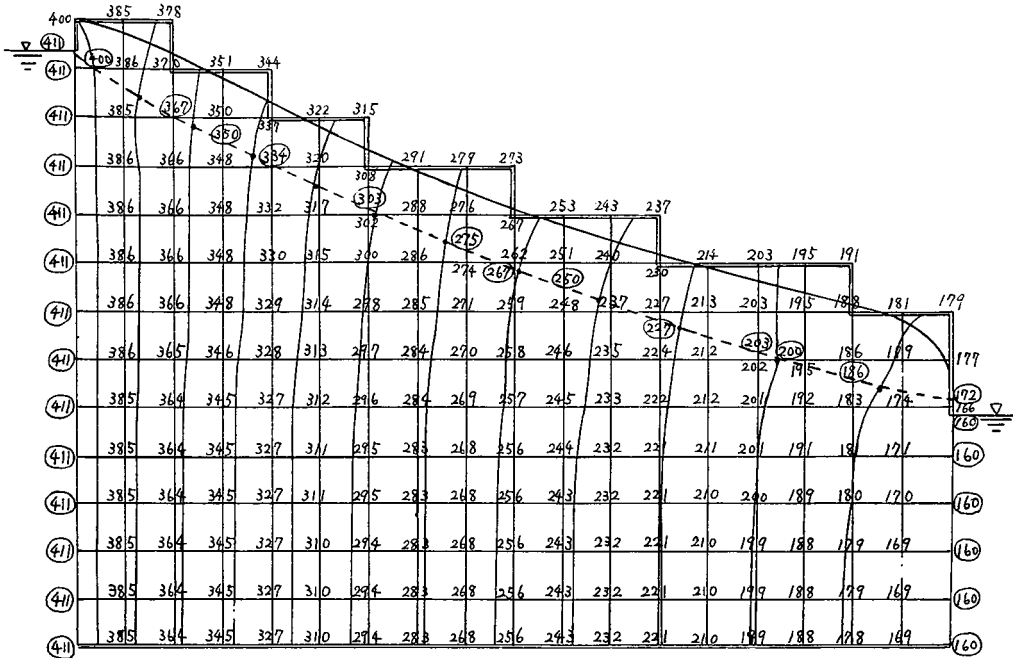


Fig. (V.15)

Result of Iteration (finer network) on Run 3 when measured potential values are given in addition to Fig. (V.13)

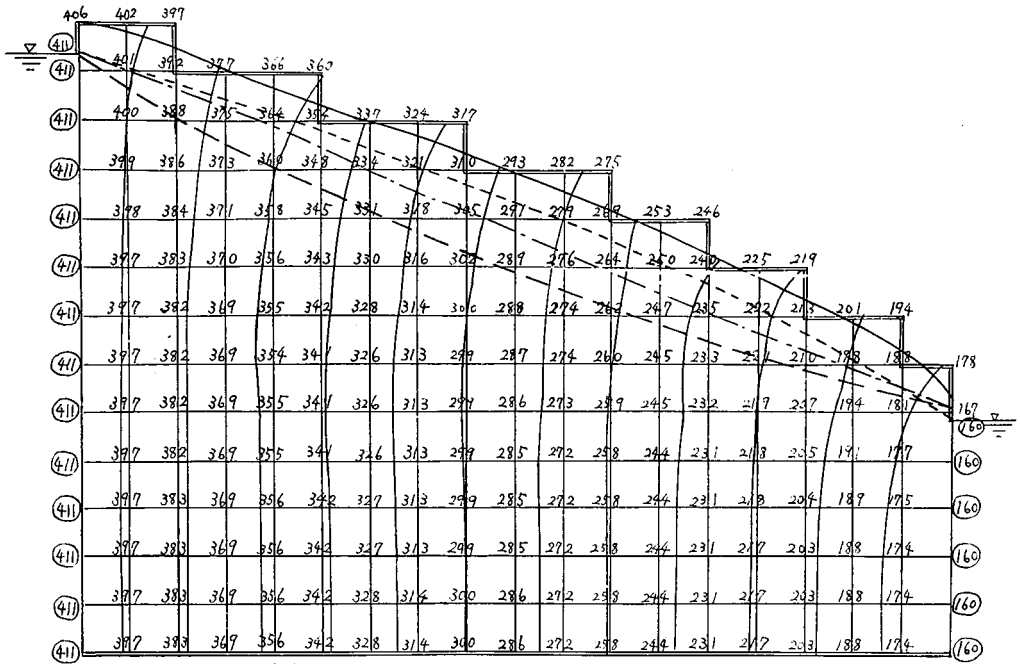


Fig. (V-16)

Result of Iteration (finer network) on Run 3 when calculated inductive capillary height (formula V-2) is given as a boundary condition

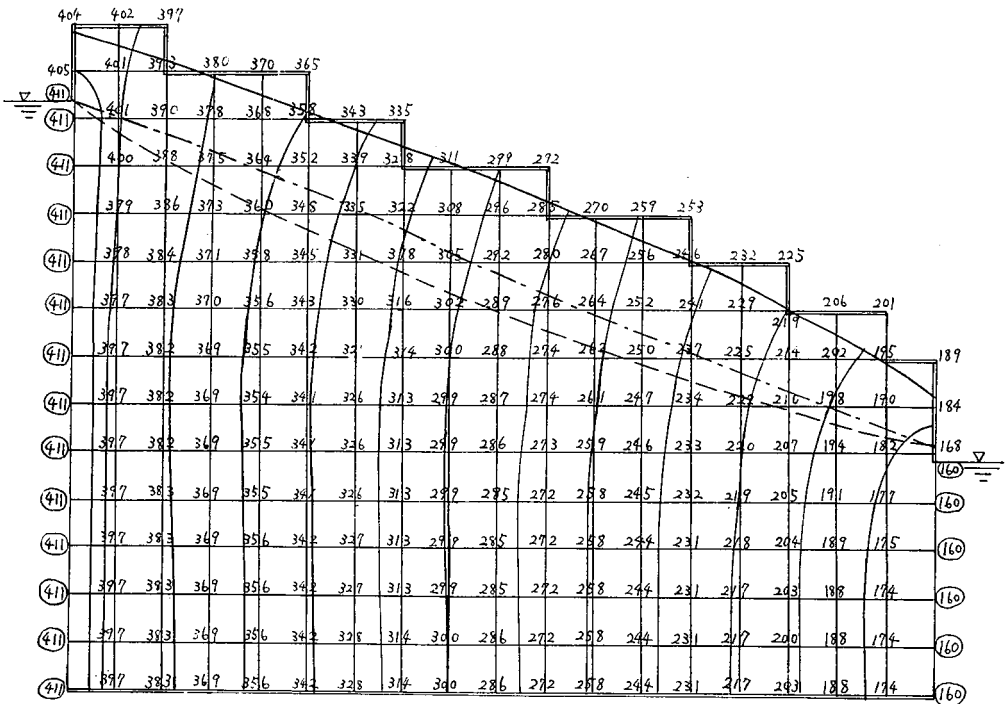


Fig. (V-17)

Result of Iteration (finer network) on Run 3 (in this case, particle size is 0.6 ~ 0.3mm) when calculated inductive capillary height (formula V-2) is given as a boundary condition

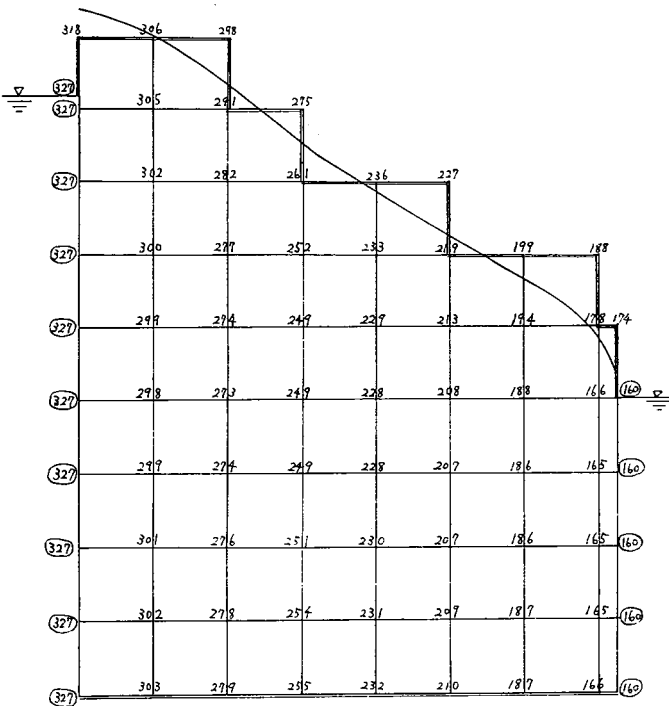


Fig. (V.18)

Result of Iteration (coarse network) on Run 6 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

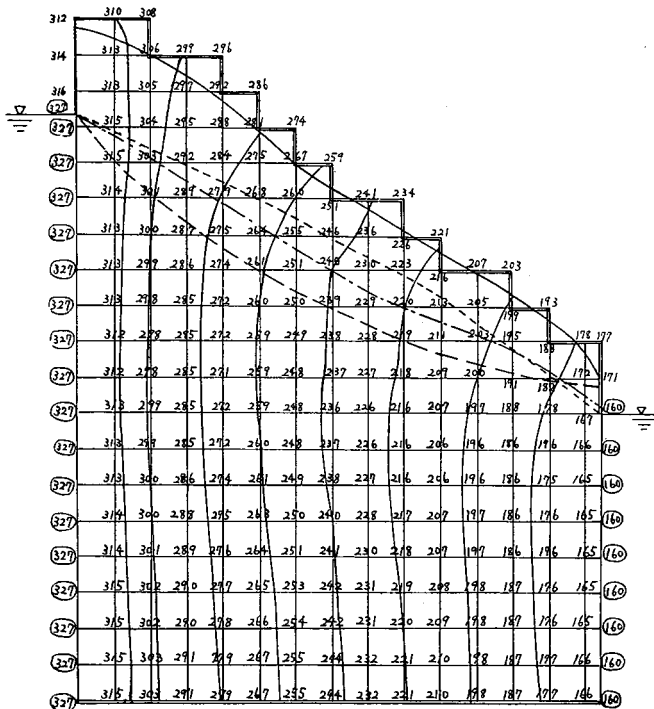


Fig. (V.19)

Result of Iteration (finer network) on Run 6 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

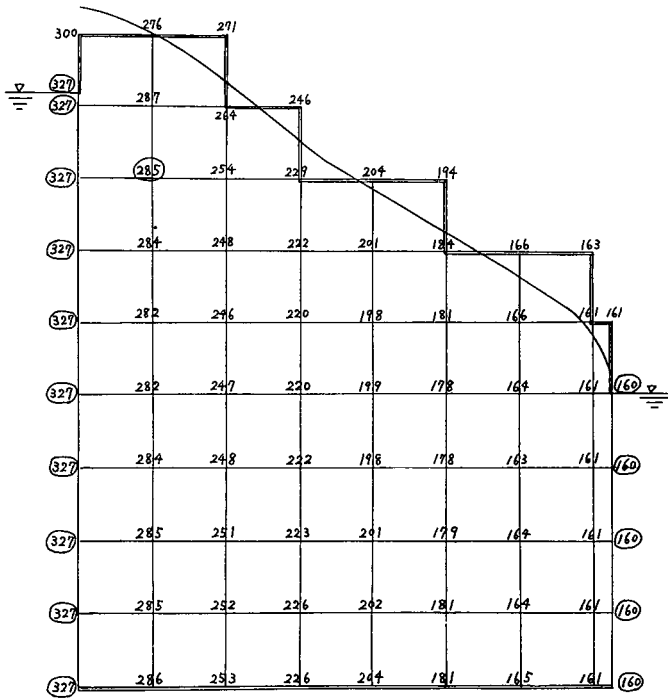


Fig. (V.20)

Result of Iteration (coarse network) on Run 6 when a measured potential value is given in addition to Fig. (V.18)

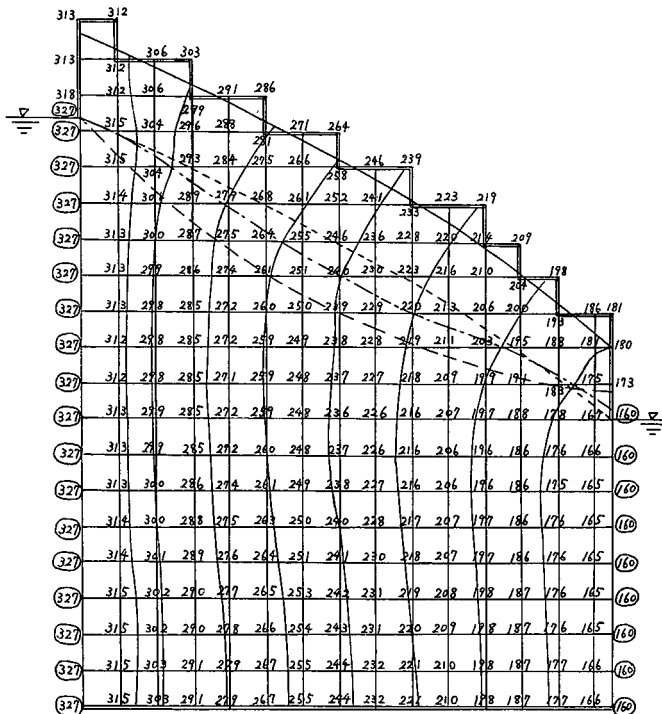


Fig. (V.21)

Result of Iteration (finer network) on Run 6 when a measured potential value is given in addition to Fig. (V.19)

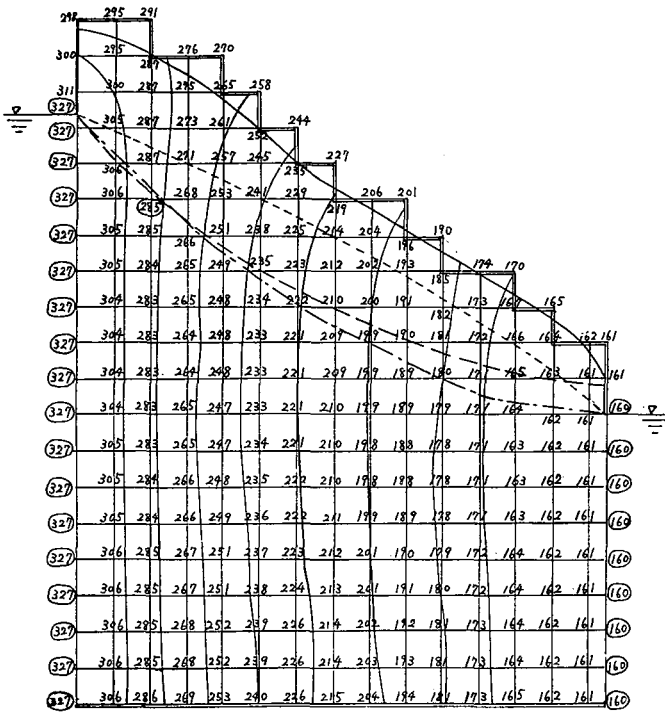


Fig. (V-22)

Result of Iteration (finer network) on Run 6 when calculated inductive capillary height (formula V-2) is given as a boundary condition

つぎに (V-2) 式にて、誘動毛管最上端を求めると、下流端でいく分一致しないだけで、これにそって網目を組んでも、実験で求められた誘動毛管最上端にそって網目を組んだものと全く一致する。ただ同じ media でも H_c が長方形堤、傾斜堤で異なり、この点問題を残している。ここで (V-2) 式を使用する場合、傾斜堤では²⁷⁾

$$L = d' - 0.7 \cdot \{ (y_2 + H_c) \cdot \cot \theta'_a + (y_1 + H_c) \cdot \cot \theta_a \}$$

- d' : 傾斜堤幅
- θ'_a : 上流側傾斜角
- θ_a : 下流側傾斜角

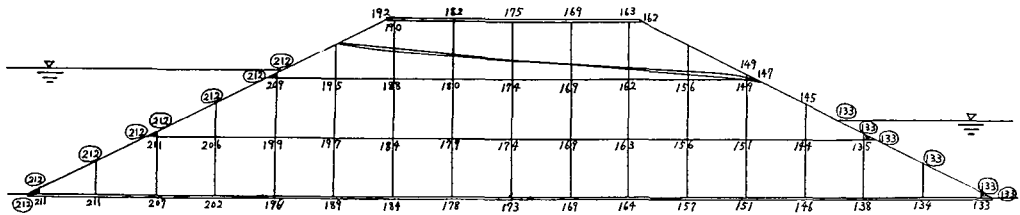


Fig. (V-23)

Result of Iteration (coarse network) on Run 8 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

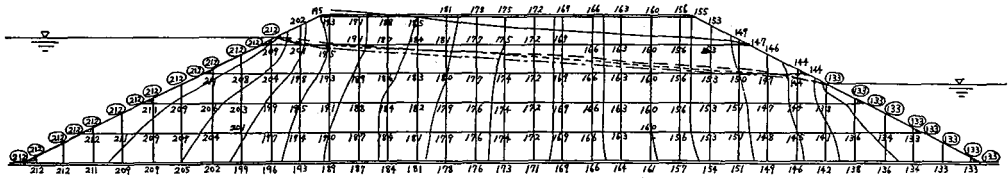


Fig. (V.24)
Result of Iteration (finer network) on Run 8 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

(iv) Run 10 について (Photo. (V.6))

Fig. (V.25) は media 0.6mm ~ 0.3mm, 傾斜堤 (1 : 2) について Figs. (V.23, 24) と同様な条件で Iteration を行ない, また誘動毛管最上端を Figs. (V.23, 24) と同様に $H_c = 12.0\text{cm}$ (実測) として網目を組んでも, 実験による誘動毛管最上端にそって網目を組んだものと全く一致する. 自由水面も Iteration, 実測, Dupuit 式ともほとんど同じ結果である.

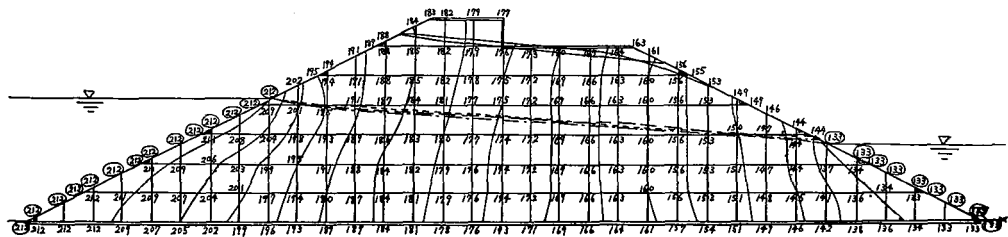


Fig. (V.25)
Result of Iteration (finer network) on Run 10 when measured inductive capillary height is given as a boundary condition

第2項 浸透流量

Iteration Method によって等ポテンシャル線が得られ, それに直角に交わる流線を求めれば次のようにして流量が求まる.

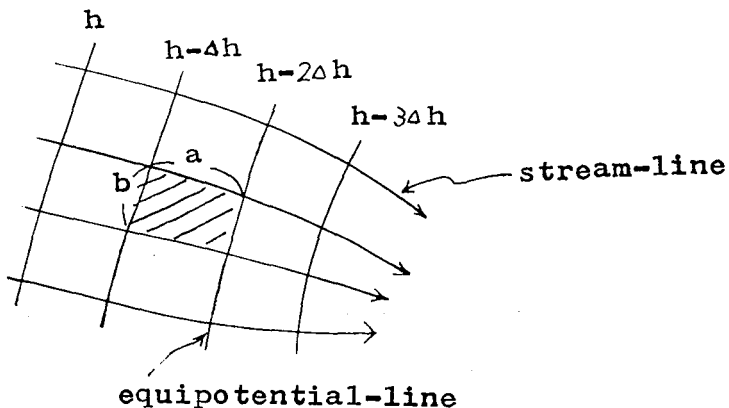


Fig. (V.26)
Representation of flow net

Fig. (V.26) において、ハッチングを施した4辺形の要素を考える。この要素の流線に沿う辺長を a とすると、この要素内の水頭こう配では $i = \frac{\Delta h}{a}$ である。

h : 上下流水位差

N_d : 等ポテンシャル線にはさまれた帯状部の数

N_f : 流水路にはさまれた流水路の数

b : 要素の流水に直角方向の幅

とすれば、

$$v = k \cdot i = k \cdot \frac{\Delta h}{a} = \frac{k}{a} \cdot \frac{h_1}{N_d}$$

単位長さの奥行きについて、各流線間にはさまれる部分を単位時間に流れる水量 Δq_c は

$$\Delta q_c = b \cdot v = k \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{h_1}{N_d}$$

不透層上単位幅当りの浸透流量 q は

$$q_c = N_f \cdot \Delta q_c = k \cdot h_1 \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{N_f}{N_d} \dots\dots\dots (V.3)$$

実際問題として、 a, b は要素によって異なるので全要素の平均と考えるべきである。Runs 3, 6, 8, 10 について、それぞれの場合に (3) 式を適用して表に示すと Table (V.2) のごとくなる。 k, q はすべて 20°C に換算した。

case	h_1 (cm)	b	a	N_f	N_d	$k_{20^\circ\text{C}}$ (cm/s)	$q_{c20^\circ\text{C}}$ (cc/s·cm)	$q_{cex.20^\circ\text{C}}$ (cc/s·cm)
Rum 3 (Fig. V.13)	25.1	0.44	1.52	20.6	12.6	1.70×10^{-1}	2.02	1.91
Rum 3 (Fig. V.15)	25.1	0.44	1.53	20.6	12.6	1.70×10^{-1}	2.01	1.91
Rum 3 (Fig. V.16)	25.1	0.49	1.49	20.6	12.6	1.70×10^{-1}	2.30	1.91
Rum 6 (Fig. V.19)	16.7	1.75	3.66	16.4	8.40	8.43×10^{-2}	1.32	1.33
Rum 6 (Fig. V.21)	16.7	1.75	3.82	16.4	8.40	8.43×10^{-2}	1.26	1.33
Rum 6 (Fig. V.22)	16.7	1.88	3.66	16.4	8.40	8.43×10^{-2}	1.42	1.33
Rum 8 (Fig. V.24)	7.90	0.53	6.93	42.4	15.8	8.10×10^{-1}	1.31	1.35
Rum 10 (Fig. V.25)	7.90	0.73	6.85	42.4	15.8	1.73×10^{-1}	3.91×10^{-1}	4.89×10^{-1}

Table (V.2)
Comparison of formula (V.3) and experiments for discharge

Table (V.2) から、実験値 $q_{cex. 20^\circ\text{C}}$ と計算値 $q_{c 20^\circ\text{C}}$ はほぼ一致することがわかる。流線網から浸透流量を求める場合、本法のごとく、自由水面上の毛管帯まで考慮した Iteration Method により得られたポテンシャル分布から流線網を描くことが必要である。

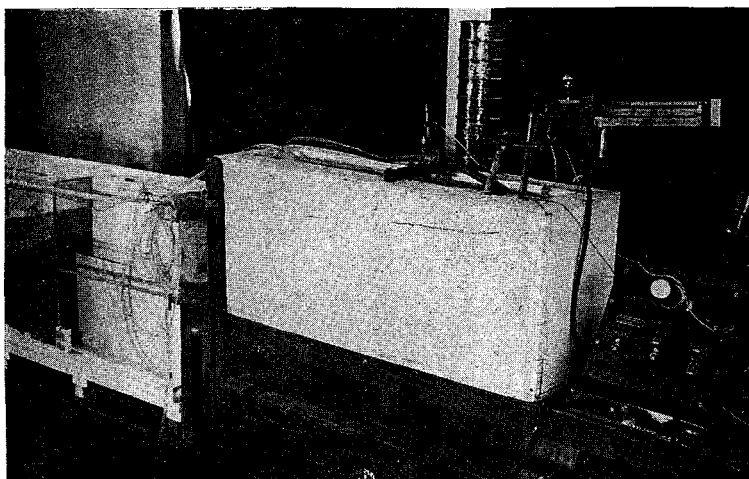


Photo. (V-1)
Apparatus for experiment (Run 1 ~ Run 10)

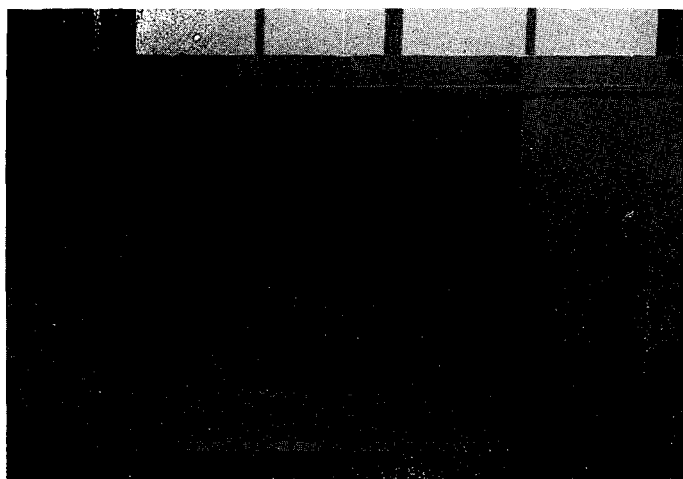


Photo. (V-2)
State of virgin percolation



Photo. (V-3)
State of percolation on Run 3

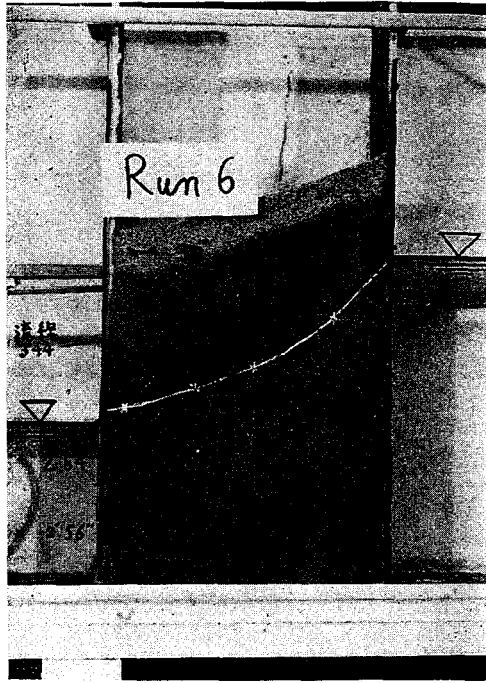


Photo. (V.4)
State of percolation on Run 6

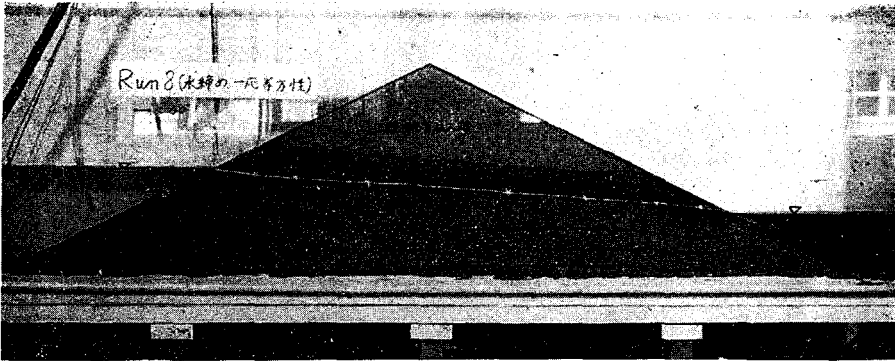


Photo. (V.5)
State of percolation on Run 8

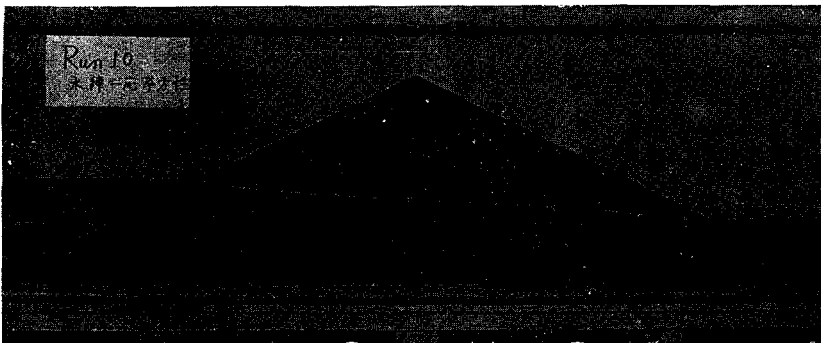


Photo. (V.6)
State of percolation on Run 10

第VI章 毛管帯を考慮した浸透現象への Cauchy の 積分定理の応用

第1節 ま え が き

第IV, V章において, 自由水面を有する浸透流を考える場合には自由水面上に負圧を有する毛管帯が存在して, 浸透流線の一部は自由水面を横切ること, 流量は Dupuit, Casagrande 等の式で示される流量より大きいことなどについてのべた. とくに第V章において毛管帯を考慮に入れた定常浸透流の一つの解法として Iteration method を用いて, 浸透流線が自由水面を横切るような流れが説明可能であり, この結果から流線網を描いて流量を求め, 実験値に近似することを確めた. 第IV, V章におけるごとく本章においても, 飽和毛管帯を浸透現象に関与する上界とし(誘動毛管最上端と仮称する), 長方形堤, 傾斜堤についてそれぞれ四つの場合(Figs. (VI・~4), Figs. (VI・7~10))に Cauchy の積分定理を適用して⁹⁾, 浸出面 H_s , 浸透流量 Q_c を求め, 実験値と比較して妥当な仮定条件を見出すことが本章の目的である.

第2節 浸透流への Cauchy の積分定理の適用について

従来, Cauchy の積分定理を浸透流に応用した研究として, 大路⁴¹⁾, 高田(京)^{42,43,44)}, 渡辺^{42,44,45)}のものがある. しかしこれらは毛管帯を考慮したものでなく, また浸透流の上界(これらの論文では自由水面)をすべて直線変化と考えている. 模型実験でもわかるように, 浸透の全面に色素を流して, 色素が停滞する上界は自由水面ではなく, また直線変化でもない. 筆者は前述の誘動毛管最上端の上流側はほぼ静止毛管高に等しいことが実験的にたしかめられたので, 誘動毛管最上端を Dupuit 等の自由水面の式と同様2次式と考えた場合と大路氏等のごとく1次式と考えた場合に Figs. (VI・1~4, 7~10)のそれぞれの境界条件を与え, Cauchy の積分定理を適用してみた.

浸出面 H_s を知ることは浸透による法面安定の計算上必要であるばかりでなく, 浸透流量を計算する場合にも欠かせないものであるという見解から, 同定理の I 式と R 式よりそれぞれ流量式を求め, 両者の交点より H_s (浸出面の長さ), Q_c (流量)を求めた.

さて, $W = \Phi + i\cdot\Psi = f(z) = f(X + iY)$ と定義される2次元複素変数 $z = X + i\cdot Y$ の任意の解析関数 $f(z)$ が2次元ラプラス方程式を満足し, 一方 Darcy 流体論から浸透流がポテンシャル流であると結論すれば, Φ, Ψ はそれぞれポテンシャル関数, 流線関数を示すことになる. 自由水面上の負圧を有する誘動毛管帯(飽和毛管帯までを考えた)も自由水面下の正圧帯と不連続なものではなく, 前述のごとくポテンシャル流であると考えられる. すなわち, u, v をそれぞれ $-X, -Y$ 方向成分の浸透流速とすれば,

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial X} = \frac{\partial\Psi}{\partial Y}, \quad v = \frac{\partial\Phi}{\partial Y} = -\frac{\partial\Psi}{\partial X}$$

一方, Cauchy の積分定理によれば $f(z)$ に関して正則性を満足する領域内において

$$\oint_C f(z) dz = 0 \dots\dots\dots (VI\cdot 1) \quad \text{が成立する.}$$

純数学的立場をはなれ, 物理的に考えると Φ, Ψ は境界上のどの点でも有限で1価であるから,

これらの点では微小半径の円で結ぶことにより Cauchy の積分定理を用いることが許される。
(VI・1) 式より

$$\begin{aligned} \oint_C w \cdot dz &= \oint_C (\Phi + i\cdot\Psi) \cdot d(X + iY) \\ &= \oint_C \Phi \cdot dX + i\cdot\Psi \cdot dX + i\cdot\Phi \cdot dY - \Psi \cdot dY = 0 \end{aligned}$$

real part (R), imaginary part (I) を無次元表示すれば (本章第 3 節参照)。

$$\begin{aligned} R &\equiv \oint_C \varphi \cdot dx - \psi \cdot dy = 0 \\ I &\equiv \oint_C \varphi \cdot y + \psi \cdot dx = 0 \end{aligned}$$

第 3 節 長方形堤への適用

第 1 項 仮定条件の検討

長方形堤について、筆者の実験から妥当と思われる仮定図は Fig. (VI・1)、つぎに考えられるのは Fig. (VI・2)、T. G. Chapman⁴⁾ が提出している Fig. (VI・3)、大路氏の考え方⁴¹⁾ として Fig. (VI・4) がある。境界条件は AB, CD は等ポテンシャル線、BC のポテンシャル分布は X 方向に直線変化とし、また誘動毛管最上線のポテンシャル分布は Y 方向に直線変化するとして、それぞれ Tables (VI・1, 2, 3, 4) の境界条件を与える。

まず各次元をつぎのように無次元化する。

$$\begin{aligned} \frac{X}{L} &= x, \quad \frac{Y}{L} = y, \quad \frac{Y_2}{L} = y_2, \quad \frac{Y_1}{L} = y_1, \quad \frac{H_c}{L} = h_c \\ \frac{H_s}{L} &= h_s, \quad \frac{\Phi}{k \cdot L} = \varphi, \quad \frac{\Psi}{k \cdot L} = \psi, \quad \frac{Q_c}{k \cdot L} = q_c \end{aligned}$$

k : media の透水係数,

Q_c : 単位幅当り流量

(i) Fig. (V・1), Table (V・1) の場合

誘動毛管最上端を無次元表示で、2 次式

$y^2 = \{(y_2 + h_c)^2 - (y_1 + h_s)^2\} x + (y_1 + h_s)^2$ と仮定して、 R 式より q_c を計算すると

$$\begin{aligned} R &\equiv \int_1^0 \frac{y(y_2 - y_1 - h_s) + h_c(h_s + y_1)}{h_c + y_2 - y_1 - h_s} dx + \int_0^1 \{(y_2 - y_1)x + y_1\} dx \\ &\quad - \int_{y_2}^{y_2+h_c} \frac{q_c y}{y_2 + h_c} dy - \int_{y_2+h_c}^{y_1+h_s} q_c dy - \int_{y_1+h_s}^0 \frac{q_c y}{y_1 + h_s} dy \\ &\quad - \int_0^{y_2} \frac{q_c y}{y_2 + h_c} dy = 0 \end{aligned}$$

これより

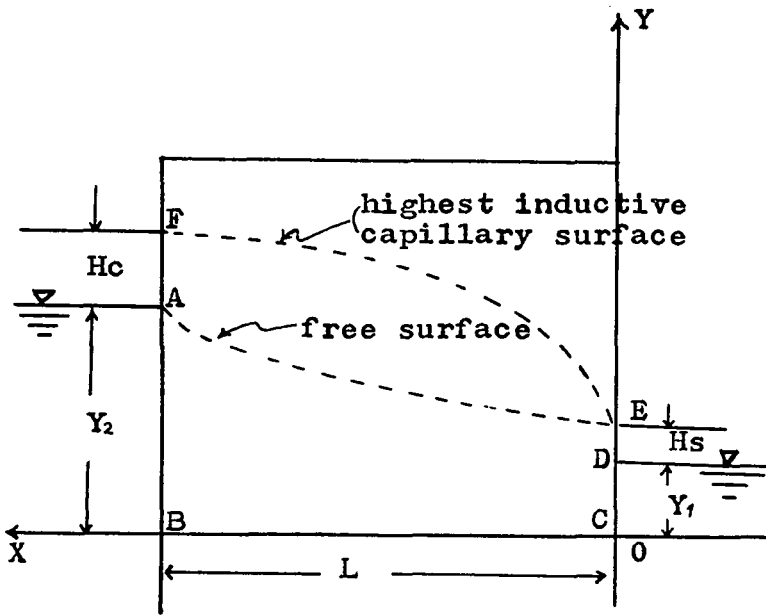


Fig. (VI.1)
Representative figure for boundary conditions (Table VI.1)

Segments	φ	ψ
AB	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$
BC	$(y_2 - y_1)x + y_1$	0
CD	y_1	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s}$
DE	y	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s}$
EF	$\frac{y(y_2 - y_1 - h_s) + h_c(y_1 + h_s)}{y_2 - y_1 + h_c - h_s}$	q_c
FA	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$

Table (VI.1)
Boundary conditions in Fig. (VI.1)

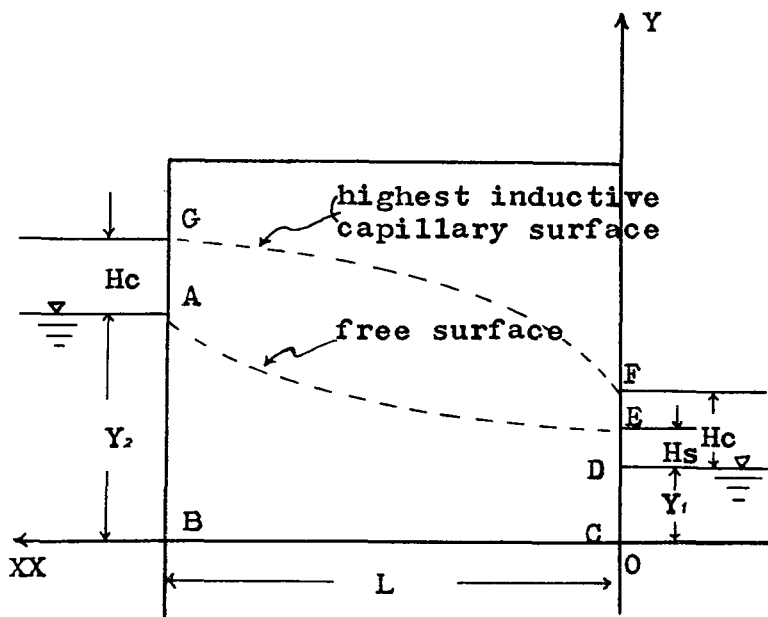


Fig. (VI-2)
Representative figure for boundary conditions (Table VI-2)

Segments	φ	ψ
AB	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$
BC	$(y_2 - y_1)x + y_1$	0
CD	y_1	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_c}$
DE	y	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_c}$
EF	$y_1 + h_s$	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_c}$
FG	$\frac{(h_c - y)(y_1 + h_s - y_2) + y_2 h_s}{y_2 - y_1}$	q_c
GA	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$

Table (VI-2)
Boundary conditions in Fig. (VI-2)

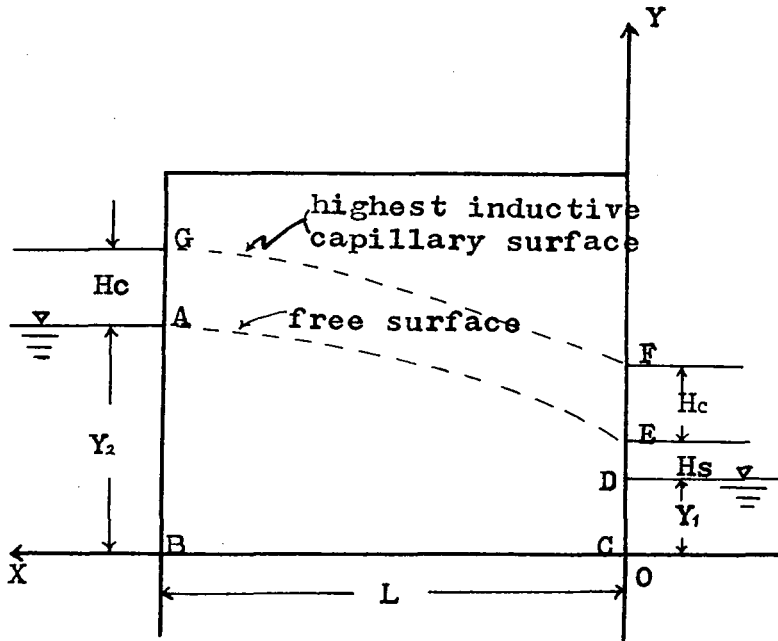


Fig. (VI-3)
Representative figure for boundary conditions (Table VI-3)

Segments	φ	ψ
AB	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$
BC	$(y_2 - y_1)x + y_2$	0
CD	y_1	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s + h_c}$
DE	y	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s + h_c}$
EF	$y_1 + h_s$	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s + h_c}$
FG	$y - h_c^*$	q_c
GA	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2 + h_c}$

Table (VI-3)
Boundary conditions in Fig. (VI-3)

* FG is equi-negative pressure line after T. G. Chapman

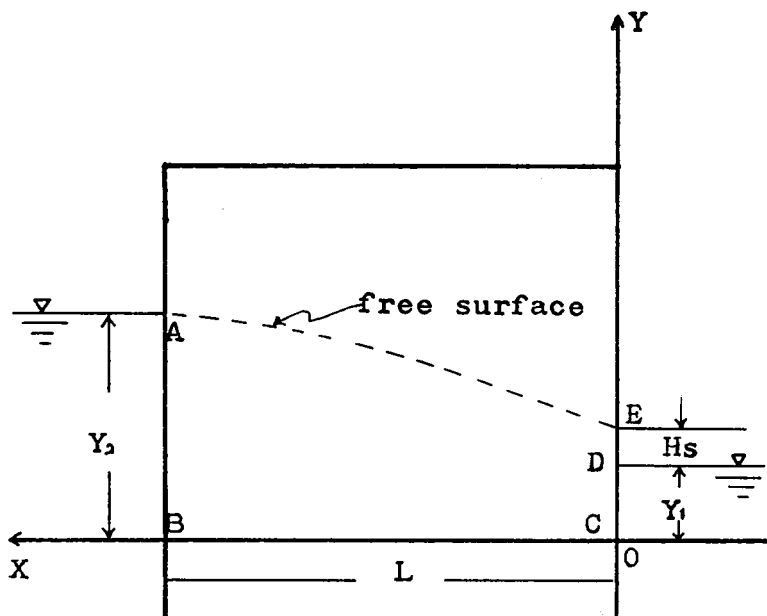


Fig. (VI.4)
Representative figure for boundary conditions (Table VI.4)

Segments	φ	ϕ
AB	y_2	$q_c \cdot \frac{y}{y_2}$
BC	$(y_2 - y_1)x + y_1$	0
CD	y_1	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s}$
DE	y	$q_c \cdot \frac{y}{y_1 + h_s}$
EA	y	q_c

Table (VI.4)
Boundary conditions in Fig. (VI. 4)

$$q_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{(y_2 - y_1 - h_s) \{ (y_2 + h_c)^3 - (y_1 + h_s)^3 \}}{(y_2 + h_c - y_1 - h_s)^3 (y_2 + h_c + y_1 + h_s)} + \frac{2h_c(h_s + y_1)}{(y_2 + h_c - y_1 - h_s)^2} - \frac{y_2 + y_1}{y_2 + h_c - y_1 - h_s} \dots \dots \dots (VI.2)$$

同様 I 式より q_c を計算すると

$$I \equiv \int_{y_2}^{y_2+h_c} y_2 dy + \int_{y_2+h_c}^{y_1+h_c} \frac{y(y_2 - y_1 - h_s) + h_c(h_s + y_1)}{h_c + y_2 - y_1 - h_s} dy$$

$$+\int_{y_1+h_s}^{y_1} y dy + \int_{y_1}^0 y_1 dy + \int_0^{y_2} y_2 dy + \int_1^0 q_c dx = 0$$

これより,

$$q_c = \frac{1}{2}(y_2 + y_1) \cdot (y_2 - y_1) - \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot (y_1 + h_s - y_2) \dots\dots (VI.3)$$

また誘動毛管最上端を無次元表示で, 1次式

$$y = y_1 + h_s + (y_2 + h_c - y_1 - h_s) \cdot x \quad \text{と仮定して}$$

R式より

$$q_c = \frac{h_s}{y_2 + h_c - y_1 - h_s} \dots\dots\dots (VI.4)$$

I式より求めたものは (VI.3) 式に等しい。

(ii) Fig. (VI.2), Table (VI.2) の場合

(i) の場合と同様, 誘動毛管最上端を無次元表示で, 2次式

$$y^2 = \{(y_2 + h_c)^2 - (y_1 + h_c)^2\} \cdot x + (y_1 + h_c)^2$$

と仮定して, R式より

$$q_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{y_2 - y_1 - h_s}{(y_2 + h_c)^2 - (y_1 + h_c)^2} \cdot \frac{1}{(y_2 - y_1)^2} \cdot \{(y_2 + h_c)^3 - (y_1 + h_c)^3\} \\ + \frac{2h_c \cdot (y_1 + h_s - y_2) + 2 \cdot y_2 \cdot h_s}{(y_2 - y_1)^2} - \frac{y_2 + y_1}{y_2 - y_1} \dots\dots\dots (VI.5)$$

I式より

$$q_c = h_c \cdot (y_2 - y_1 - h_s) - \frac{h_s}{2} \cdot (3y_2 + y_1 - h_s) + \frac{1}{2} \cdot (y_2^2 - 3 \cdot y_1^2) \\ + y_1 \cdot y_2 \dots\dots\dots (VI.6)$$

また誘動毛管最上端を無次元表示で, 1次式

$$y = y_1 + h_c + (y_2 - y_1) \cdot x \quad \text{と仮定して}$$

R式より

$$q_c = \frac{h_s}{y_2 - y_1} \dots\dots\dots (VI.7)$$

I式より求めたものは (VI.6) 式に等しい。

(iii) Fig. (VI.3), Table (VI.3) の場合

(i), (ii) の場合と同様, 自由水面を無次元表示で, 2次式

$$y^2 = \{(y_2 + h_c)^2 - (y_1 + h_s + h_c)^2\} \cdot x + (y_1 + h_s + h_c)^2$$

と仮定して, R式より

$$q_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{(y_2 + h_c)^3 - (y_1 + h_c)^3}{\{(y_2 + h_c)^2 - (y_1 + h_c)^2\}(y_2 - y_1 - h_s)} - \frac{y_2 + y_1 + h_c}{y_2 - y_1 - h_s} \dots\dots\dots (VI\cdot8)$$

I 式より

$$q_c = \frac{1}{2} \cdot (y_2 + y_1) \cdot (y_2 - y_1) + h_c \cdot (y_2 - y_1 - h_s) \dots\dots\dots (VI\cdot9)$$

また誘動毛管最上端を無次元表示で

1 次式

$$y = y_1 + h_s + h_c + (y_2 - y_1 - h_s) \cdot x$$

と仮定して、R 式より

$$q_c = \frac{h_s}{y_2 - y_1 - h_s} \dots\dots\dots (VI\cdot10)$$

I 式より求めたものは (VI・9) 式に等しい。

(iv) Fig. (VI・4), Table (VI・4) の場合

(i), (ii), (iii) の場合と同様、自由水面を無次元表示で、2 次式

$$y^2 = \{(y_2^2 - (y_1 + h_s)^2\} \cdot x + (y_1 + h_s)^2$$

と仮定して、R 式より q_c を計算すると

$$q_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{y_2^3 - (y_1 + h_s)^3}{(y_2 - y_1 - h_s)^2 \cdot (y_2 + y_1 + h_s)} - \frac{y_2 + y_1}{y_2 - y_1 - h_s} \dots\dots (VI\cdot11)$$

I 式より

$$q_c = \frac{(y_2 + y_1) \cdot (y_2 - y_1)}{2} \dots\dots\dots (VI\cdot12)^*$$

また自由水面を無次元表示で、1 次式

$$y = y_1 + h_s + (y_2 - y_1 - h_s) \cdot x \quad \text{と仮定して**}$$

R 式より

$$q_c = \frac{h_s}{y_2 - y_1 - h_s} \dots\dots\dots (VI\cdot13)$$

[これは (iii) の場合の (VI・10) 式に等しく、また大路氏が R より求めた式に等しい。]

I 式より求めたものは (VI・12) 式に等しい。

* この式は Dupuit 等の流量式に等しく、また大路氏が I 式より求めた式に等しい。

** 大路氏の方法がこの仮定による。

第2項 計算例と実験結果

0.5m×1.6m×0.15m なる片面ガラス張水槽にて、浸透実験 I, II を行なった。

実験 I [粒径 1.2~0.6m/m, L=60cm, Y₁=16.0cm Y₂=41.1cm, H_c=(実測値)=2.1cm]

実験 II [粒径 0.6~0.3m/m, L=29cm, X₁=16.0cm Y₂=32.7cm, H_c(実測値)=5.7cm]

実験方法として、上・下流面は金網にて土留めを行ない、水温は水銀温度調節器、継電器、ヒータを接続して一定にした。盛土の方法として、実験 I の場合風乾最大締め、実験 II の場合、水締め（水中沈降による）にて、堤体下部から注水して、極力空気の滞留を避けた。堤体の均一平方性という点から後者の方がよい。H_c を求めるに当って、毛管帯全面に色素を流すとある上界で色素がほとんど停滞状態になり、その上流側での水面からの高さ H_c は飽和毛管高にほぼ等しいから、その停滞線は誘動毛管最上端（仮称）と考えられる。

さて実験 I, II について Figs (VI-5, 6) に示すごとく、横軸に h_s, 縦軸に q_c をとり、グラフを描く*。

- (i) の場合—(VI・2) 式と (VI・3) 式, (VI・4) 式と (VI・3) 式
- (ii) の場合—(VI・5) 式と (VI・6) 式, (VI・7) 式と (VI・6) 式
- (iii) の場合—(VI・8) 式と (VI・9) 式, (VI・10) 式と (VI・9) 式
- (iv) の場合—(VI・11) 式と (VI・12) 式, (VI・13) 式と (VI・12) 式

それぞれの交点は I 式と R 式を満足する値であるから、それぞれの交点の値から q_c, h_s を求め、Q_c, H_s にもどして実験値と比較することができる (Table (VI-5) 参照*).

T. G. Chapman は毛管帯が存在しない場合、Y₁/Y₂ をパラメータとして縦軸に H_s/Y₂, 横軸に L/Y₂ をとって図化している²⁸⁾。これより H_s を求め、やはり T. G. Chapman が毛管帯を考慮した場合の式⁴⁾

$$Q_c - Q_D = \frac{k \cdot H_c}{L} \cdot (Y_M - Y_N) \dots\dots\dots (VI-14)$$

- Q_c : 毛管帯を考慮した場合の流量
- Q_D : 毛管帯を考慮しない場合の流量
すなわち Dupuit 式に等しい。
- Y_M : 上流側毛管帯 1/2 までの高さ
- Y_N : 下流側毛管帯 1/2 までの高さ

にて計算して Table (V-5) に示す。

また Dupuit 等が提出してよく使われている式

$$Q = \frac{k \cdot (Y_2^2 - Y_1^2)}{2L}$$

にて計算して Table (VI-5) に示した。

Table (VI-5) の結果から判断すれば、堤体幅 L が水深に比して割合大きい場合は、Fig. (VI-4), Table (VI-4), Fig. (VI-1), Table (VI-1) で自由水面あるいは誘動毛管最上端を Y の 2 次式と考えた (VI-11) 式と (VI-12) 式の交点、(VI-2) 式と (VI-3) 式の交点の h_s, Q_c が実験値に

* Figs. (VI-5, 6), Table (VI-5) 中の equation の番号は VI を省略した。たとえば、eq. (VI-6) を eq. (6) と表わした。

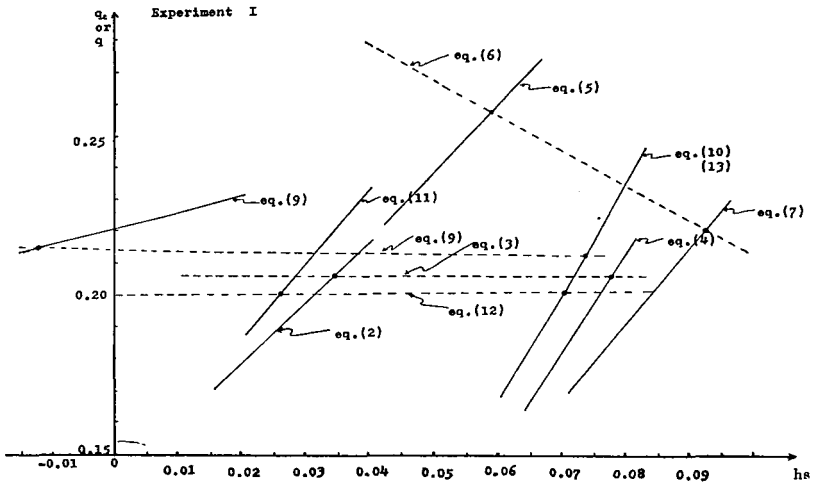


Fig. (VI.5)
Relation between q_c or q and h_s on Experiment (I)

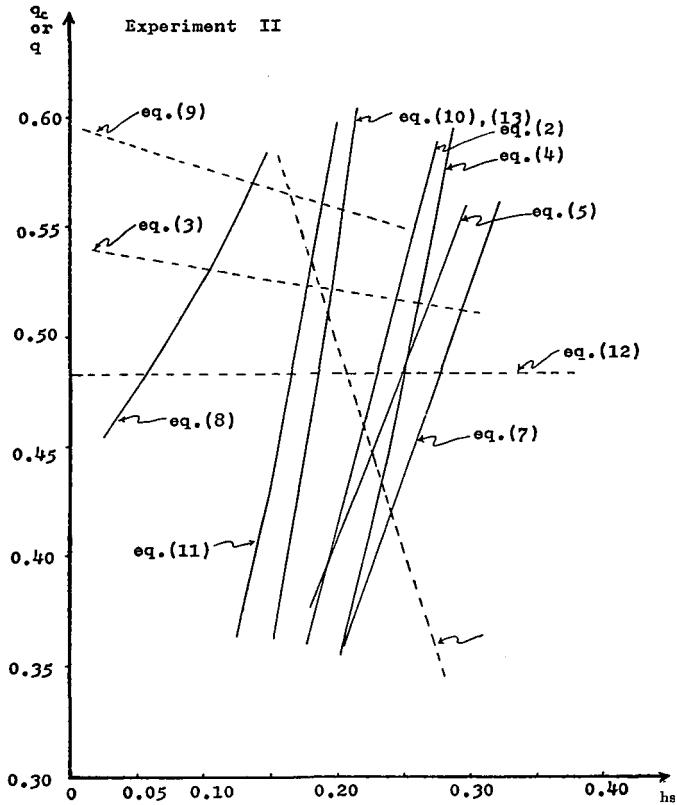


Fig. (VI.6)
Relation between q_c or q and h_s on Experiment (II)

Case	Method	eq. by Dupuit	eq.(2)	eq.(4)	eq.(5)	eq.(7)	eq.(8)	eq.(10) eq.(13)	eq.(11)	eq.(13)	eq.(14) by T. G Chap.	experim- ental value	Hc(cm) (measur- ed)
		eq.(3)	eq.(3)	eq.(6)	eq.(6)	eq.(9)	eq.(9)	eq.(9)	eq.(12)	eq.(12)			
Exp. (I)	H_s (cm)	0	2.0	4.7	3.5	6.6	-0.8	4.4	1.6	4.2	2.5	1.5	2.1
	Q_c (cc/s·cm)	12.0·k	12.3·k	12.3·k	15.4·k	13.2·k	13.0·k	12.6·k	12.0·k	12.0·k	12.8·k	12.3·k	
Exp. (II)	H_s (cm)	0	7.2	7.6	6.7	7.1	4.0	6.0	4.8	5.5	3.3	3.5	5.7
	Q_c (cc/s·cm)	14.0·k	15.0·k	14.9·k	13.0·k	12.2·k	16.5·k	16.2·k	14.0·k	14.0·k	16.6·k	15.8·k	

Table (VI-5)

Comparison of various methods on Experiments (I) ~ (II) for H_s and Q_c .

Water temp. : 20°C

k : coef. of permeability (cm/s at 20°C)

近似した。また堤体幅 L が割合小さい場合は Fig. (VI-3), Table (VI-3) で誘動毛管最上端を Y の 2 次式で等負圧線と考えた (VI-8) 式と (VI-9) 式の交点の H_s, Q_c が実験値にほぼ近似する。

これらの結果から、長方形堤の堤体幅 L が大きい場合と小さい場合で、適用の方法をそれぞれ本結果のごとく行なえばよいと思われる。

第4節 傾斜堤 (1:2) への適用

長方形の場合と同様、ガラス張水槽にて実験 III (粒径 0.6 ~ 0.3 mm, 底幅 163 cm, $Y_1 = 13.3$ cm, $Y_2 = 21.2$ cm, $H_c = 12$ cm (実測), 水締め) を行なった。長方形堤の場合と同様, Figs. (VI-7~10) のごとき仮定図に R 式, I 式を適用して H_s, Q_c を求めてみる。

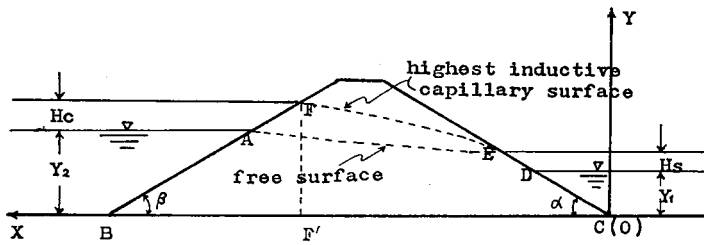


Fig. (VI-7)

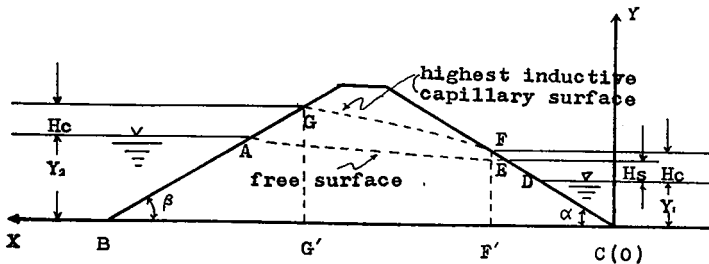


Fig. (VI-8)

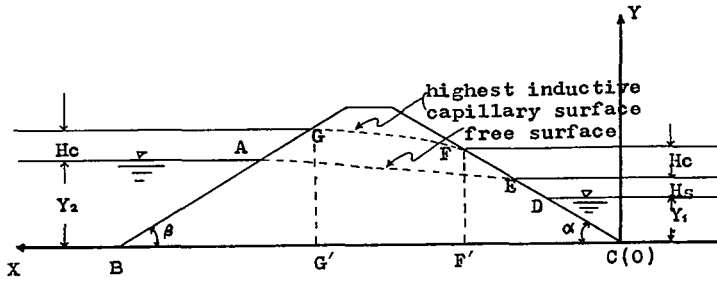


Fig. (VI.9)

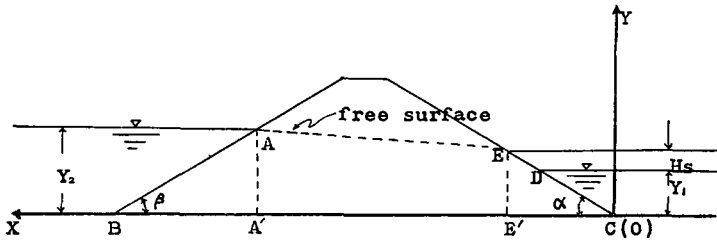


Fig. (VI.10)

Figs. (VI.7) ~ (VI.10) denote the representative figures for boundary conditions (Table VI.1 ~ VI.4)

ただし傾斜堤の場合は誘動毛管最上線を Y の 2 次式と仮定して計算すると計算式が非常に複雑になるので、すべて Y の 1 次式として計算してみた。

さて boundary conditions を Figs. (VI.7, 8, 9, 10) の場合それぞれ Tables (VI.1, 2, 3, 4) を適用して、iv の長方形の場合のごとく計算すると、実験上の値と大きくくいちがった。この大きな理由は誘動毛管最上端のポテンシャル分布を長方形堤の場合と同様に考えた点で、筆者の Iteration Method による誘動毛管帯を考慮した傾斜堤内の浸透ポテンシャル分布の計算によると Fig. (VI.7) で $\varphi_F \doteq \varphi_{F'}$, Fig. (VI.8) で $\varphi_G \doteq \varphi_{G'}$ $\varphi_F \doteq \varphi_{F'}$ Fig. (VI.9) では $\varphi_G \doteq \varphi_{G'}$, $\varphi_F = \varphi_{F'}$ であることがたしかめられたので、傾斜堤の場合、boundary conditions をこれらの点では上記のごとく変更して、誘動毛管最上線を Y の 1 次式と仮定して、 R 式、 I 式の交点を求めると、Fig. (VI.7) の場合だけ実験値に近似し、Figs. (VI.8, 9) の場合は近似しなかった。(Fig. (VI.10) の場合 $\varphi_A \doteq \varphi_{A'}$ とすることはできない)。すなわち Fig. (VI.7) の場合、

$$\begin{aligned}
 R \equiv & \int_{1-y_2 \cot \beta}^{1-(y_2+h_c) \cot \beta} \varphi_{AF} \cdot dx + \int_{1-(y_2+h_c) \cot \beta}^{(y_1+h_s) \cot \alpha} \varphi_{FE} \cdot dx + \int_{(y_1+h_s) \cot \alpha}^{y_1 \cot \alpha} \varphi_{ED} \cdot dx \\
 & + \int_{y_1 \cot \alpha}^0 \varphi_{DC} \cdot dx + \int_0^1 \varphi_{CB} \cdot dx + \int_1^{1-y_2 \cot \beta} \varphi_{BA} \cdot dx - \int_{y_2}^{y_2+h_c} \psi_{AF} \cdot dy \\
 & - \int_{y_2+h_c}^{y_1+h_s} \psi_{FE} \cdot dy - \int_{y_1+h_s}^{y_1} \psi_{ED} \cdot dy - \int_{y_1}^0 \psi_{DC} \cdot dy - \int_0^{y_2} \psi_{BA} \cdot dy = 0
 \end{aligned}$$

これより

$$q_c = \frac{(y_2^3 - y_2^2 \cdot h_c - y_1 \cdot y_2^2 - y_1 \cdot y_2 \cdot h_c) \cdot \cot^2 \beta + (y_1 + h_s) \cdot (y_2 - y_1) \cdot (y_2 + h_c) \cot \alpha \cdot \cot \beta}{y_2 + h_c - y_1 - h_s}$$

$$- \frac{(y_2 \cdot h_s + h_c \cdot h_s) \cdot \cot\beta + (y_1 \cdot y_2 + y_2 \cdot h_s - y_1^2) \cdot \cot\alpha - h_s}{y_2 + h_c - y_1 - h_s} \dots\dots (VI-15)$$

同様 I 式より

$$q_c = \frac{(y_1^2 - y_2^2 - y_2 \cdot h_c + y_1 \cdot h_c + h_s \cdot h_c) \cdot (y_2 + h_c)}{(y_1 + h_s) \cdot (y_2 + h_c) \cdot \cot\alpha + (y_2 + h_c)^2 \cdot \cot\beta - (2h_c + y_2)}$$

$$+ \frac{(2 \cdot y_1 \cdot y_2^2 + h_s \cdot y_2^2 - y_2^3 - y_1^2 \cdot y_2 - y_1 \cdot y_2 \cdot h_s + 2 \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot h_c)}{(y_1 + h_s) \cdot (y_2 + h_c) \cdot \cot\alpha + (y_2 + h_c)^2 \cdot \cot\beta}$$

$$+ \frac{y_2 \cdot h_c \cdot h_s - y_2^2 \cdot h_c - y_1^2 \cdot h_c - y_1 \cdot h_s \cdot h_c}{-(2h_c + y_2)} \cdot (y_2 + h_c) \cdot \cot\beta \dots (VI-16)$$

一方、大路氏は Fig. (VI-10) において、 $\varphi_{BA'} = \varphi_A (= \varphi_B)$, $\varphi_{E'C} = \varphi_D (= \varphi_C)$, $\varphi_{A'E'}$ は φ_D から φ_A に直線的に変化し、 φ_{AE} は $\varphi_E(y_1 + h_s)$ から φ_A に直線的に変化すると仮定して、R 式より

$$q_c = \frac{h_s \cdot (1 - y_2 \cdot \cot\alpha - y_2 \cdot \cot\beta)}{y_2 - y_1 - h_s} \dots\dots\dots (VI-17)$$

I 式より

$$q_c = \frac{y_2^2 - y_1^2}{2 - y_2 \cdot \cot\alpha - (y_1 + h_s) \cot\beta} \dots\dots\dots (VI-18)$$

しかし (VI-17) 式, (VI-18) 式を求めた仮定は傾斜角が小さくなるに従って危険になることが筆者の行なった Iteration Method によって判明している。

長方形堤の場合と同様、横軸に h_s , 縦軸に q_c をとり, (VI-15) 式と (VI-16) 式, (VI-17) 式と (VI-18) 式を描くと Fig. (VI-11)* となり, それぞれの交点が得られた。傾斜堤で後斜面に水深が存在する場合**の諸式として

(a) Casagrande・田町²⁷⁾の方法により

$$Q_c = 1.19 \cdot k, H_s = 0.7 \text{ cm}$$

(b) Pavlovsky²⁷⁾の試算的方法により

$$Q_c = 1.15 \cdot k, H_s = 0.55 \text{ cm}$$

これらの結果と実験値と対比して, Table (VI-6)* に示す。

実験値と (VI-15) 式, (VI-16) 式, の交点より求めた Q_c はよく一致し, H_s については多少の差はあるが, 他の諸式より求めた結果よりも近似する。Casagrande・田町, Pavlovsky の方式より求めた結果は, それらが毛管帯を考慮していないことを許すにしても, あまりにも小さすぎるようである。

* Fig. (VI-11), Table (VI-6) 中の eq. の番号は VI を省略した。

** 後斜面に水深が存在する場合の式は数少ないようである。

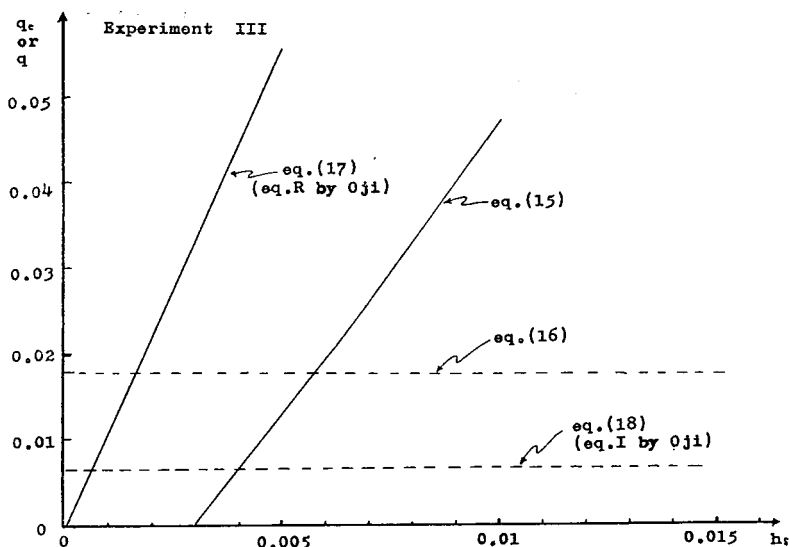


Fig. (VI-11)
Relation between q_c or q and h_s on Experiment (III)

Case	Method	eq.(15)	eq.(17)	(a) by Casagrande and Tamachi	(b) by Pavlovsky	experimental value	Hc (cm) (measured)
		eq.(16)	eq.(18)				
Exp. (III)	Hs (cm)	0.95	0.10	0.7	0.55	1.5	4.7
	Q_c (cc/s·cm)	$2.85 \cdot k$	$1.06 \cdot k$	$1.19 \cdot k$	$1.15 \cdot k$	$2.83 \cdot k$	

Table (VI-6)
Comparison of various methods on Experiment (III) for H_s and Q_c
Water temp. : 20°C
 k : coef. of permeability (cm/s at 20°C)

第 VII 章 石積盛土の複合堤防内の浸透実験

第 1 節 概 説

近年、干拓堤防は斜面コウ配が緩傾斜で、堤敷が大きく、前斜面、後斜面に石積を行ない、サンドポンプによってかさ上げしていく方式が採用されるようになった⁴⁶⁾。浸透に関する理論式から単一層の垂直堤、傾斜堤の浸透現象をつかむことができるとしても、複雑な石積部分と盛土部分からなる堤防の浸透に関しては砂模型による浸透実験が要求される。筆者が行なった実験内容の要点は

1. 石積と盛土部分からなる堤防の定常状態における浸透自由水面、流線、流量を求めること。および非定常における堤体内水位の変動、浸透流量の変動を求めること。
2. とくに石積部分の流線はどのように考えればよいか。すなわち盛土部と石積部の境界を等ポテンシャル線と考えることができるかということ。

本章では第 2 節以下で緩傾斜干拓堤防として長崎干拓^{6,47,48)}で計画された堤防についてその予

備実験と定常、非定常の浸透模型実験を行なった結果についてのべる。

第2節 干拓堤防の浸透模型実験

第1項 ま え が き

有明海の北西限の諫早湾口約10kmを縮切って、約7,300haの農地を干拓によって造成しようとする長崎大干拓計画の第1線縮切堤防を実験の対象とした。

1957年計画段階での第1線縮切堤防は Fig. (VII・1~4) に示すようなもので、はじめ石積部分と盛土部分からなる複合断面の浸透現象の概略をつかむために第III章でのべたような相似条件は無視して、縮尺比 $\frac{1}{35}$ でレキ部の粒径6~12mm、盛土部の粒径1.5~2.5mmを用いて Figs. (VII・1~4) のごとき流線、流速、流量を得た⁴⁸⁾ (流線は過マンガン酸カリ溶液、×印間は30秒である)。これから実物を推定することは無理であるが、粒径6~12mmの部分から1.5~2.5mmの部分へ、それから6~12mmの部分への水の運動をとらえることができた。

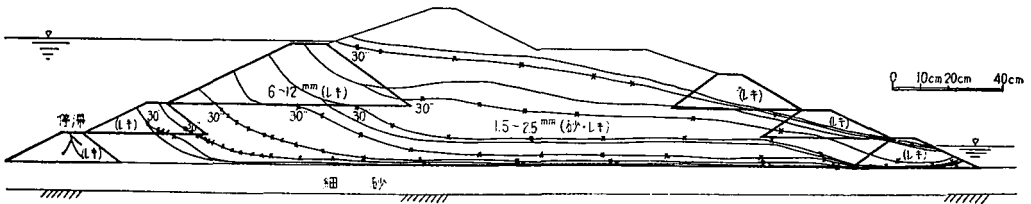


Fig. (VII-1)
Forms of stream-lines and velocity distributions
difference between inner and outer water-level: 365mm
discharge of percolation: 276cc/sec. 20cm

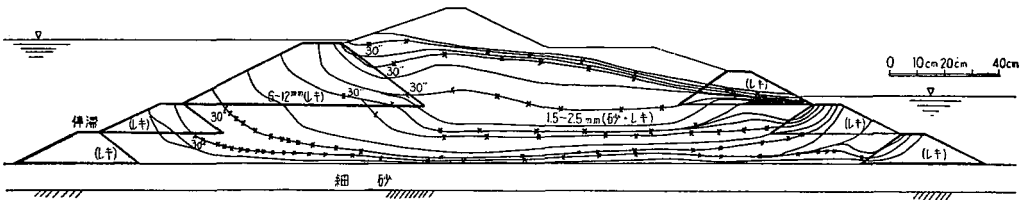


Fig. (VII-2)
Forms of stream-lines and velocity distributions
difference between inner and outer water-level: 200mm
discharge of percolation: 190cc/sec. 20cm

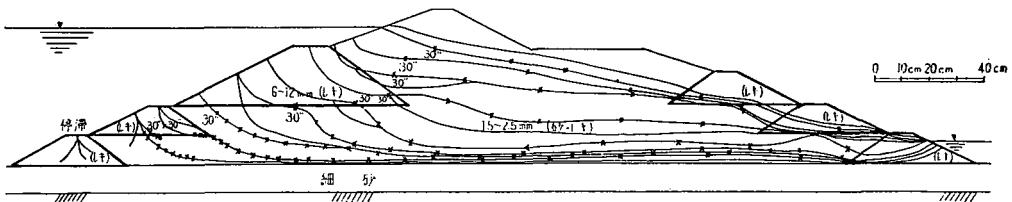


Fig. (VII-3)
Forms of stream-lines and velocity distributions
difference between inner and outer water-level: 418mm
discharge of percolation: 251cc/sec. 20cm

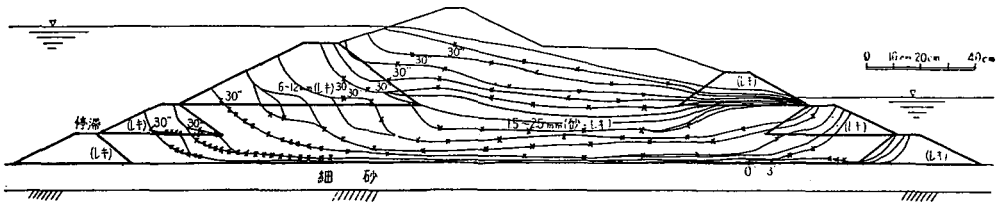


Fig. (VII.4)

Forms of stream-lines and velocity distributions
 difference between inner and outer-level: 253mm
 discharge of percolation: 258cc/sec. 20cm

1959年の計画段階では第1線縮切堤防の断面図は Fig. (VII.5) に示すごときのもので、この場合筆者が行なった実験の相似条件は $k_r^2 = L_r$ (第III章の (III.1) 式) としてその場合の仮定は

- ① 実物模型における media の間ゲキ率は一定
- ② Dacy 領域内.
- ③ 毛管帯を無視する. 以上であった.

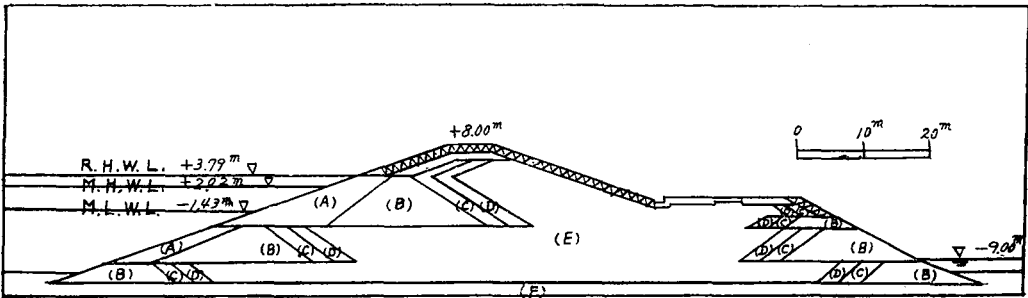


Fig. (VII.5)

Standard section of Nagasaki enclosing dam

	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
proto-type	$> \phi 1m$	about $\phi 40cm$	10~0.3cm	1.0~0.3cm	0.3mm~0.2mm	about $k=10^{-6}cm/s$
model	18~11mm	11~5.5mm	5.5~3.2mm	1.3~0.85mm	10:2 sample *1	Masatuti *2

*1 percolation coeff. : $6.24 \times 10^{-3} cm/s$

*2 a kind of imperfect weathering soil.

本節では以下1959年度に行なった相似条件を満足した長崎干拓模型浸透実験についてのべる。

第2項 実験装置

- (1) 木枠フルイおよびフルイ分け用振動装置

これは模型材料の調整のためにとくに作られたもので、1馬力3相モータにより木枠フルイを振動させ、材料をフルイ選別して調整する。

- (2) 透水試験器

定水頭透水試験器と変水位透水試験器内径10cm、試料の長さ12cm、変水頭の場合のガラ

スパイブ内径 2.74cm, 1.26cm, 0.57cm の 3 種

(3) 水 そ う

Fig. (VII・6) に示すごとく、片面ガラス張で、定常と同時に非定常の実験を行なうために付帯設備として無段変速モータ、減速機付きプランジャー（振幅約 30cm）を装置した。また堤体各点の自由水面を求めるために真ちゅう製多孔管を挿入し、また位勢探知器も併用した。その他予備実験用の 0.4cm×1.5m×0.1m 片面ガラス張水そうを用いた (Fig. (VII・8) 参照)。

第 3 項 材料の調整

相似法則 $k_r^2 = L_r$ の条件を満足する模型を作る場合、まず予想される実物の media の透水係数を求め、調達可能な模型の media を選定して透水係数を測定し、それから L_r をきめることが考えられるが、本実験の場合は実験規模から $L_r = 1/25$ なる制約をうけたので、模型の media の透水係数を相似条件から求めて、その透水係数を有する模型の media を見つけたし、調整しなければならなかった。

長崎干拓堤体上の粒度分析結果より、0.21~0.3mm が実物土となるので、定水頭透水試験器を使用した透水試験結果より実物砂部の透水係数を $k_P = 0.0312\text{cm/sec. } 20^\circ\text{C}$ とした。

つぎに模型の砂部を選定するために

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{k_m}{0.0312} \right)^2 \quad \text{より} \quad k_m = 0.00624\text{cm/sec. } 20^\circ\text{C}$$

を得たので、程々の土、あるいは適当に混合して定水頭、変水頭透水試験器で透水係数を測定し、結局 0.3~0.21mm (実物土) とマサ土 (九大農学部構内で得られた不完全風化土の一種) を重量比 10:2 に混合したものがもっとも $k_m = 0.00624\text{cm/sec. } 20^\circ\text{C}$ に近い値を示すことが判明したので、これをもって模型砂部の media とした。今後この試料を (10:2) 試料とよぶことにする。この試料の粒径加積曲線、真比重、築堤時の含水比、仮比重は Fig. (VII・7) に示す。

以上で砂質部の材料は選定できたが、レキ部の大きさはテルツアギのフィルター条件⁴⁹⁾ で安全性をたしかめて、それを採用した (Fig. (VII・5) に示す)。

第 4 項 実験方法および実験結果

A. 定常流の場合

長崎干拓第 1 線締切堤防の浸透模型実験を行なう前に、予備実験として Fig. (VII・8), Table (VII・1) の定常浸透模型実験を行なった。(Photos. (VII・1~2) 参照)。

その結果判明した点は

- (1) Model I においては上、下流レキ部の各点のポテンシャルはそれぞれ差違はなく、Model II で 4~5mm, Model III で 15mm 程度の差があり、Model II, Model III のレキ部は明らかにポテンシャルの差による浸透流動を行なっていると考えられる。
- (2) 基礎部にマサ土 ($k \doteq 8.0 \times 10^{-4}\text{cm/s}$) を用いているが、10:2 試料 ($k \doteq 6.24 \times 10^{-3}\text{cm/s}$) を堤体砂質部に用いた場合でも (透水係数比は 10:1) 基礎部の浸透速度は問題にならないほど小さいから、透水係数比がさらに大きくなるとまず無視して差支えない。
- (3) 自由水面を求めるのに (i) 真ちゅう製多孔管を砂質部に数本垂直に立て、マノメータに連結して水位を読む方法、(ii) 堤体各点に水平にガラス管のフィルターを挿入し、マノメータに連

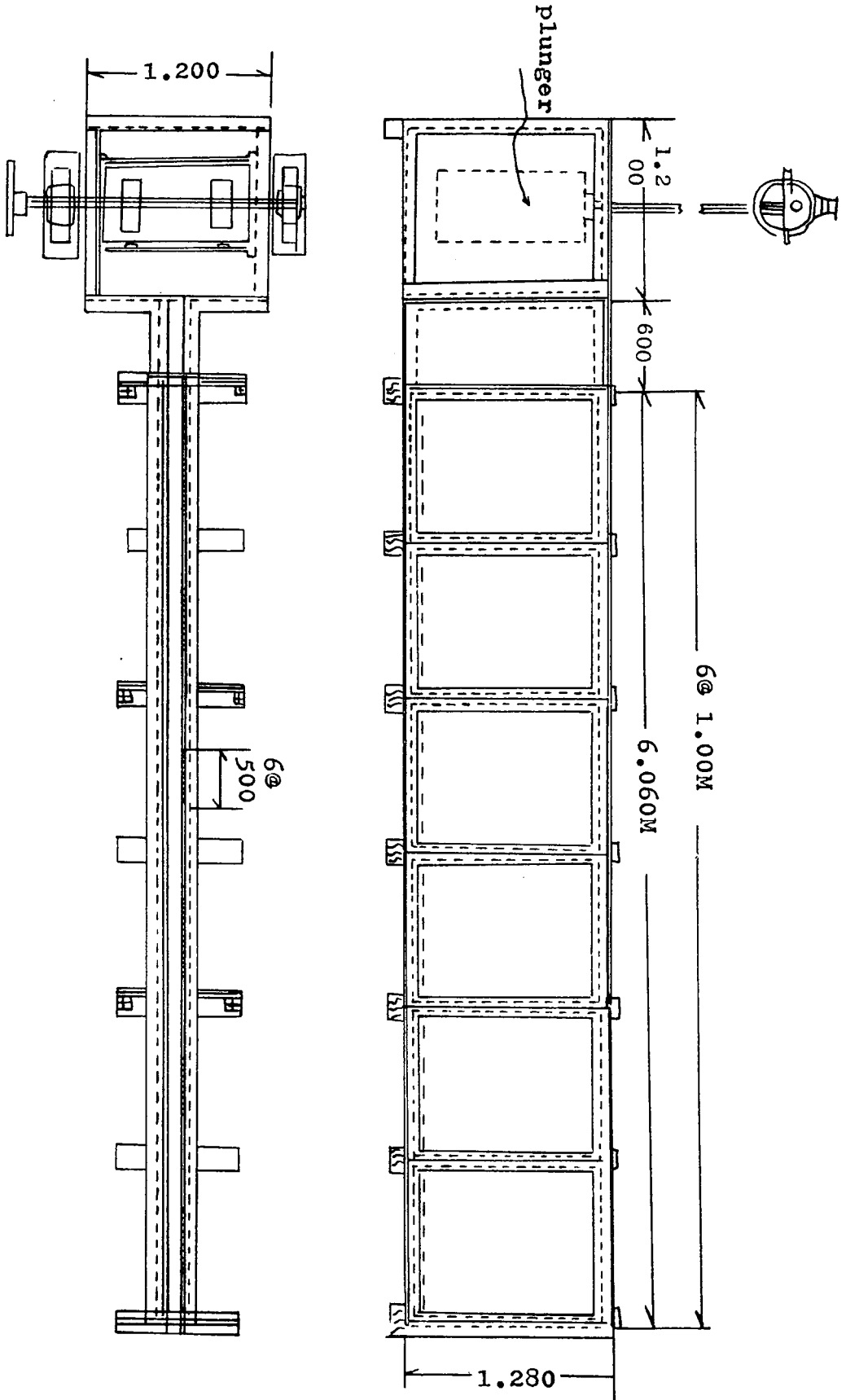


Fig. (VII-6) Apparatus for percolation test

粒径加積曲線

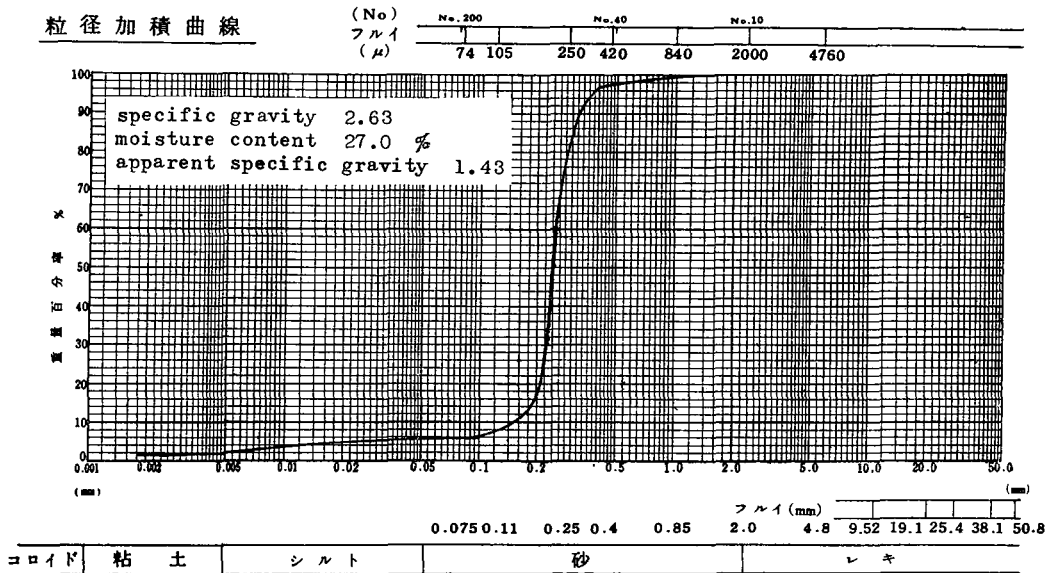


Fig. (VII-7)
Result of mechanical analysis

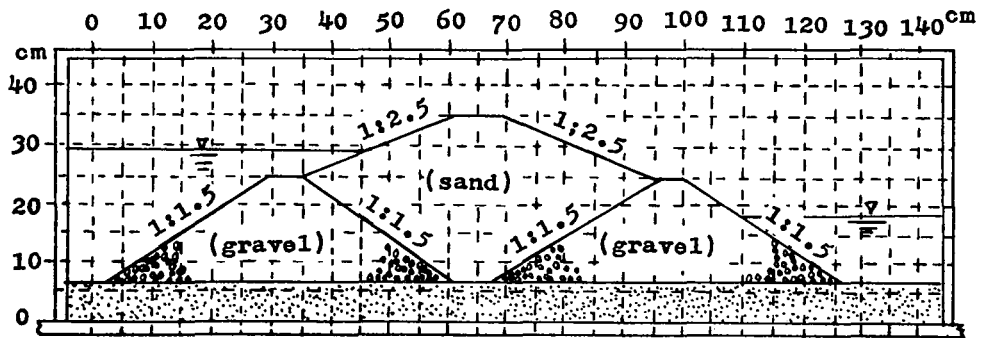


Fig. (VII-8)
Apparatus for fundamental experiments on percolation of compound dikes

Model	G layer	S layer	width of foundation	upper water level	lower water level	mean Temp. of water	q cc/s·t°C	q cc/s·20°C
Model I ①	mm 5.5~11	10 : 2 sample	20.0cm	31.8cm	21.0cm	22.0°C	1.89	1.80
" ②	"	"	"	31.7	11.0	21.7	2.97	2.85
Model II ①	3.3~5.5	mm 0.85~1.3	7.0cm	36.2	25.4	19.9	51.7	51.9
" ②	"	"	"	36.4	15.9	19.1	56.3	57.8
Model III ①	2.5~3.2	"	"	36.4	25.6	17.2	45.1	48.4
" ②	"	"	"	36.4	15.9	16.0	39.3	43.5

Table (VII-1)
Kinds of experiments

結して水位を読む方法, (iii) 位勢探知器を用いる方法 があるが, (i) は動水コウ配が大きく, 従って堤体各点のポテンシャルの変動が大きい場合には不適當である. (ii) は堤体との接触点のフィルターをうまく作ればかなり良い方法であるが, 非定常の場合に気泡の混入があり, また数多くなればマンメータへの水の出入量が大きくなるから好ましくない. マンメータの代りにストレインゲージ式圧力計を用いるならば, この点の心配はない. (iii) はその原理からしてもっともよく自由水面を示すものと思われるが, 非定常の場合に用いることが困難となる.

(4) 求められた自由水面に平行な流線ではなくて自由水面を横切る誘動毛管現象が顕著にあらわれるので, その消去方法を考えねばならない.

以上のような予備実験をもとにして, 長崎干拓堤防標準断面の模型浸透実験を本節第2項(3)でのべた水ソウを用いて Fig. (VII-5) の模型を作り (Photo. (VII-3) 参照), 誘動毛管帯を cut off しない場合と, cut off した場合におけるつぎの実験を行なった.

- (i) 位勢探知器による自由水面の追跡
- (ii) 色素注入による浸透流線, 流速の実測
- (iii) 浸透流量の実測

本実験に用いた水位はいつでも長崎干拓計画に示されている大牟田三池港の潮位記録を用いた. すなわち Table (VII-2) である.

Tide	Water level	Tide	Water level
R. H. W. L.	+3.79 ^M	L. L. W. L.	-3.12 ^M
H. W. L. O. S. T.	+2.55	L. W. L. O. S. T.	-2.42
M. H. W. L.	+2.02	M. L. W. L.	-1.43
M. W. L.	+0.34	L. W. L. O. N. T.	-0.81

Table (VII-2)
Tidal water level at Miike harbor (1888~1945)

Fig. (VII-9) は外水位+3.79^M (R. H. W. L), 内水位-9.00^M として, 誘動毛管帯を cut しない場合の自由水面, 浸透流線, 誘動毛管現象を示す. 予備実験からも予想されることであったが, Fig. (VII-9) のごとく, 誘動毛管現象が顕著な現象は実物には存在しないわけで, 実物に生じている誘動毛管帯の 1/25 倍の誘動毛管帯を模型に生ずるように cut off すれば, 厳密な意味ではないが実物に近似した模型であるという見地から cut off したものが Fig. (VII-10) (あるいは Photo. (VII-4)) である. Fig. (VII-11) (あるいは Photo. (VII-5)) は外水位+2.02^M (M. H. W. L), 内水位-9.00^M における自由水面上 4cm で cut off した場合である.

Figs. (VII-12, 13) はそれぞれ浸透水域として左方 (c) zone と上流側外水位の交点で垂直に切った鉛直断面として (VII-1) 式を適応して実測値(位勢探知器による)と比較したものである.

$$y^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{L} \cdot \left(\frac{y_2^2 - y_1^2}{4L} + x \right) \dots\dots\dots (VII-1)$$

- y₂ : 上流側水深
- y₁ : 下流側水深
- L : 浸透水域の長さ
- x : 下流側下端より $\frac{y_2^2 - y_1^2}{4L}$ だけ下流点 (焦点) よりの距離
- y : 距離 x 点の自由水面高

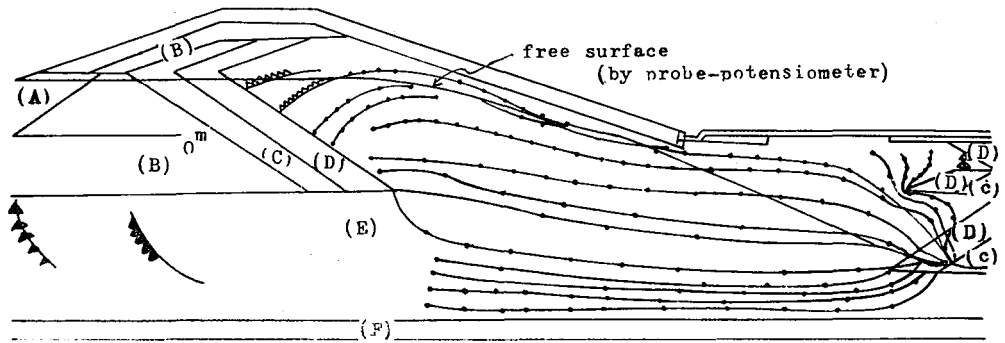


Fig. (VII-9)

Free surface, stream lines and velocity (not out off)

prototype [sea water level: +3.79m (R. H. W. L.)
 water level in retarding basin: -9.00m

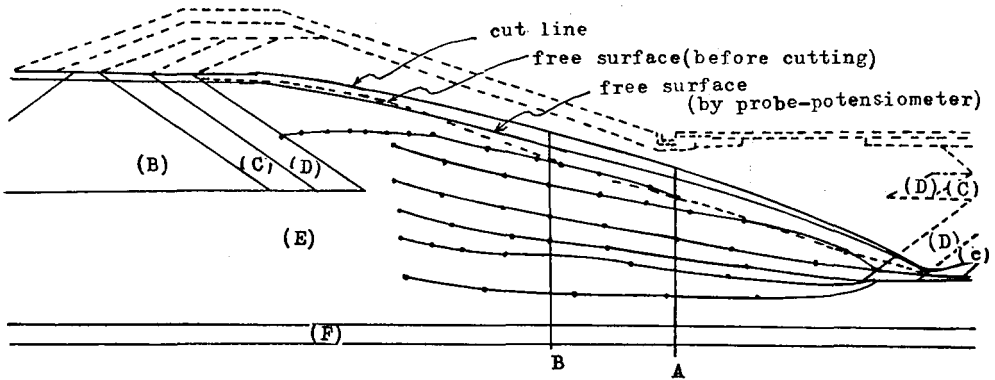


Fig. (VII-10)

Free surface, stream-line and velocity (cut off the inductive capillary zone)

prototype [sea water level: +3.79m (R. H. W. L.)
 water level in retarding basin: -9.00m

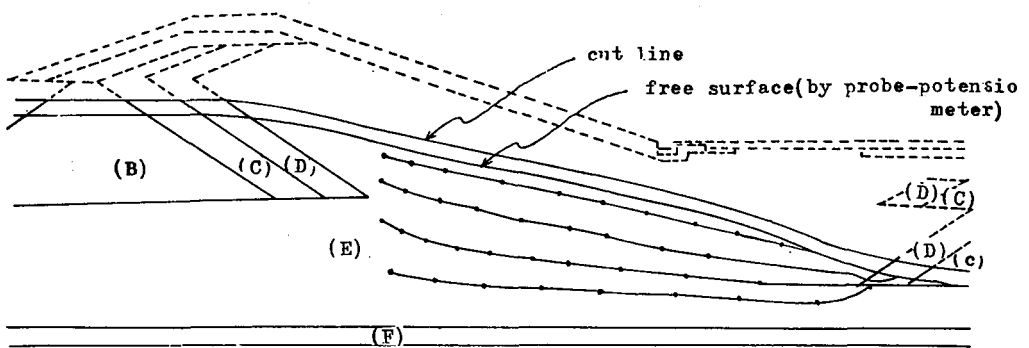


Fig. (VII-11)

Free surface, Stream-line and Velocity (cut off the inductive capillary zone)

prototype [sea water level: +2.02m (M. H. W. L.)
 water level in retarding basin: -9.00m

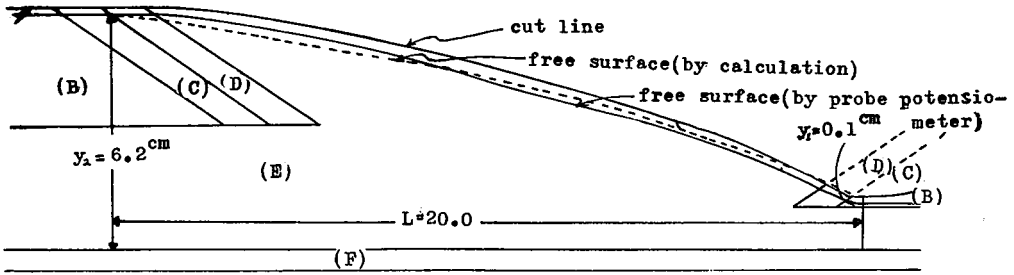


Fig. (VII-12)

Comparison of measurement and calculation (formula VII-1) for free surface on Fig. (VII-10)

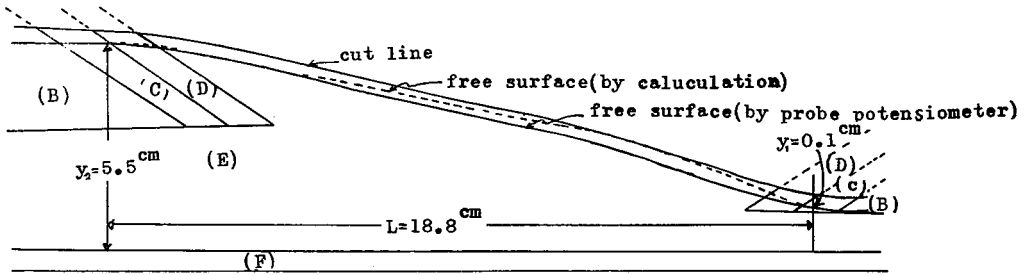


Fig. (VII-13)

Comparison of measurement and calculation (formula VII-1) for free surface on Fig. (VII-11)

浸透流量の実測値，実物換算値は Table (VII-3) に示す。この場合

$$\frac{Q_m}{Q_p} = Q_r = L_r^{5/2} = \left(\frac{1}{25}\right)^{5/2} = \frac{1}{3,125}$$

∴ $Q_p = Q_m \times 3,125$ ……ただし幅 2.5m 当りであるから幅 1m 当りは 1,250 倍すればよい。

sea water level	inner water level	mean temp. of water (T°C)	$q_{T^\circ C}$	$q_{20^\circ C}$	discharge in proto-type at 20°C	note
+3.79 ^M (R. H. W. L.)	-9.00 ^M	7.3°C	1.31cc/s·cm	1.84cc/s·cm	0.00230 ^{M³} /S·M	not cut off
"	"	10.0	1.42	1.85	0.00231	"
"	"	8.6	1.34	1.81	0.00226	cut off
+2.02 ^M (M. H. W. L.)	"	9.5	1.02	1.34	0.00168	"
"	"	9.1	1.00	1.33	0.00166	"

Table (VII-3)
Result of discharge

上流側水位 R. H. W. L., M. H. W. L. の場合についての浸透流量を実測により求めたが (Table (VII.3)), この値のチェックのために Fig. (VII.9), Fig. (VII.10) より2断面についてガラス面における色素の流速の平均を求め、間ゲギ率、断面積を考慮して浸透流量を算出した。この結果、ほぼ模型実測流量に等しく、つぎのようになった。

R. H. W. L. の場合 1.81cc/s. cm に対し 1.81cc/s. cm

M. H. W. L. の場合 1.34cc/s. cm に対し 1.33cc/s. cm

この結果からガラス面の浸透量におよぼす影響はあまり考えなくてもよいように思われる。

以上長崎干拓堤防標準断面の定常浸透模型実験の結果を要約すれば、

- (1) 誘動毛管帯を cut off する前と cut off 後の自由水面は、後者の方が一般に高い。cut off しない自由水面、流線、流量の相似性が成り立たない。
- (2) Figs. (VII.9, 10, 11) から流線の集中するところがわかるが、かかる場所は現場築堤の際十分な注意を要するところである。
- (3) 両端鉛直断面として行なった計算から、Figs. (VII.12, 13) を得、(VII.1) 式の実用性をたしかめることができた。
- (4) 流量についてはガラス内面の色素の流速から計算したものと実測流量は大差がない。

B. 非定常流の場合

非定常模型実験の相似律は第 III 章でのべているように、Darcy 領域内、間ゲギ率一定、毛管帯無視の仮定内で、一般に定常の場合と同様 $k_r^2 = L_r = T_r^2$ で律せられるから、縮尺比 $1/25$ の模型では $k_r = 1/5$ の材料を用いたわけであるが、さらに $T_r = 1/6$ でなければならないから、この場合 1 週期 12 時 25 分の潮セキは模型では 2 時間 29 分であらわされることになる。したがって実験方法としては 1 週期を 2 時間 29 分とし、潮位差の大きさに対応する振幅をもってプランジャーを駆動させ、模型内の真チュウ製多孔管の水位をある一定時刻ごとに測定した。また下流側末端に水ソウを設置し、これに流出してくる浸透水をうけて、その積算した水位をそれぞれの時刻ごとにポイントゲージにより測定した。多孔管を設置した位置は Fig. (VII.14) に示すとおりである。なお非定常の流れは Fig. (VII.15) に示す H. W. L. O. S. T.—L. W. L. O. S. T. と H. W. L. O. N. T.—L. W. L. O. N. T. の場合について実験したので、以下その 2 通りの場合の実験結果およびその解析についてのべる。

まずそれぞれの多孔管の水位変化を Fig. (VII.16) に示す。この場合の潮位曲線は Table 2,

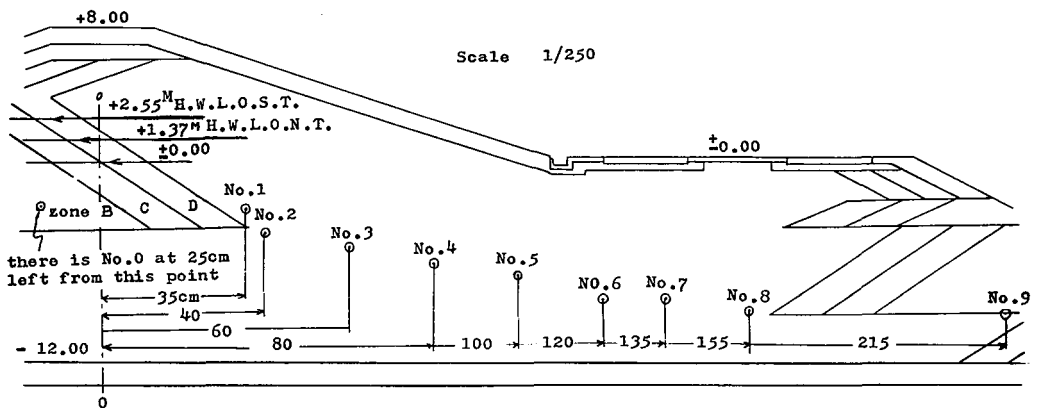


Fig. (VII.14)
Position of porous pipe

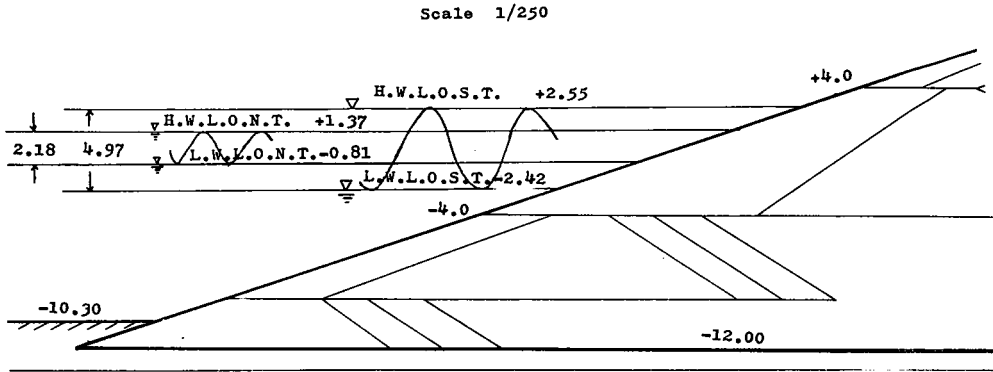


Fig. (VII-15)
Tidal water level in case of spring-tide
unit: meter, (): tidal range on model

Fig. (VII-15) にのべたように大牟田三池港の記録によるから、

$$\begin{cases} \text{Spring tide の場合 } H(m) = 0.065 + 2.485 \cdot \cos(\theta - \pi) \\ \text{Neap tide の場合 } H(m) = 0.280 + 1.09 \cdot \cos(\theta - \pi) \end{cases}$$

で表現される。また内水位は実際の場合、やはりある程度の周期性があると思われるが、その振幅は小さいと考え、一定値 -9.00^M とした。Fig. (VII-14) の zone B にある多孔管 No. 0 についても読みをとったが、潮位曲線とほとんど同じであった。このことは zone C についても云える。Figs. (VII-16, 17) の点線で示したもの（多孔管のナンバーにダッシュをつけたもの）は誘動毛管水の影響を知るために併記したもので、A. 定常流ですでのべたように模型材料の粒子が細かいので毛管水帯が大きく、これが浸透流に多大の影響をおよぼし、自由水面の位置を偏位させる力をもっている。すなわち $k_r^2 = L_r$ なる相似法則をそのまま適用した模型実験は非定常の場合でも毛管帯の影響が大きく、本実験でもそれぞれの外水位における毛管帯を適当に cut off したわけである。しかし非定常の場合は自由水面の変化があるので最高水位の場合の自由水面上適当に cut off しても最低水位の場合は毛管帯が顕著になるのでうまくゆかないわけである。本実験のようにそれぞれの外水位における毛管帯を適当に cut off した非定常浸透実験でも、実線と点線の差は相当に大きく、cut off した場合の方が全体的に水位は高くなっている。またその傾向は満潮のとき大きく、干潮のとき小さいから、毛管水の影響がない方が自由水面の位置が高いだけでなく、その振幅も大きくなっていることがわかる。Figs. (VII-16, 17) から全体的にみて云えることは、はじめに予想したのとは違い、ほとんど時間のおくれがないことである。これは本堤体断面がいままでの普通の干拓堤防の断面と異なり、アースダムのように台形をなす上に、その築堤施工のなかば以上までレキの部分が入りこんでいるため堤敷幅の大きいかわりには実際の浸透を支配するいわゆる浸透路の長さは比較的短かく、しかも下流側の内水位が低いので、上流側に逆に流れる現象もなく、動水コウ配が急であることに起因しているものと思われる。さらに Fig. (VII-16) から今度は各瞬間ごとにまとめて側端からみたのが Fig. (VII-18) である。これには Neap tide の場合 (Fig. (VII-17)) を省略しているが傾向は全く同じである。これからみてもわかるように、各曲線は普通にいわれている上に凹型の指数曲線にはなっておらず、むしろ上に凸型の放物線状の曲線を示している。しかも上流側が H.W.L.O.S.T., H.W.L.O.N.T. になったときの同じく定常流の場合とほとんど一致していることも見逃せない事実である。

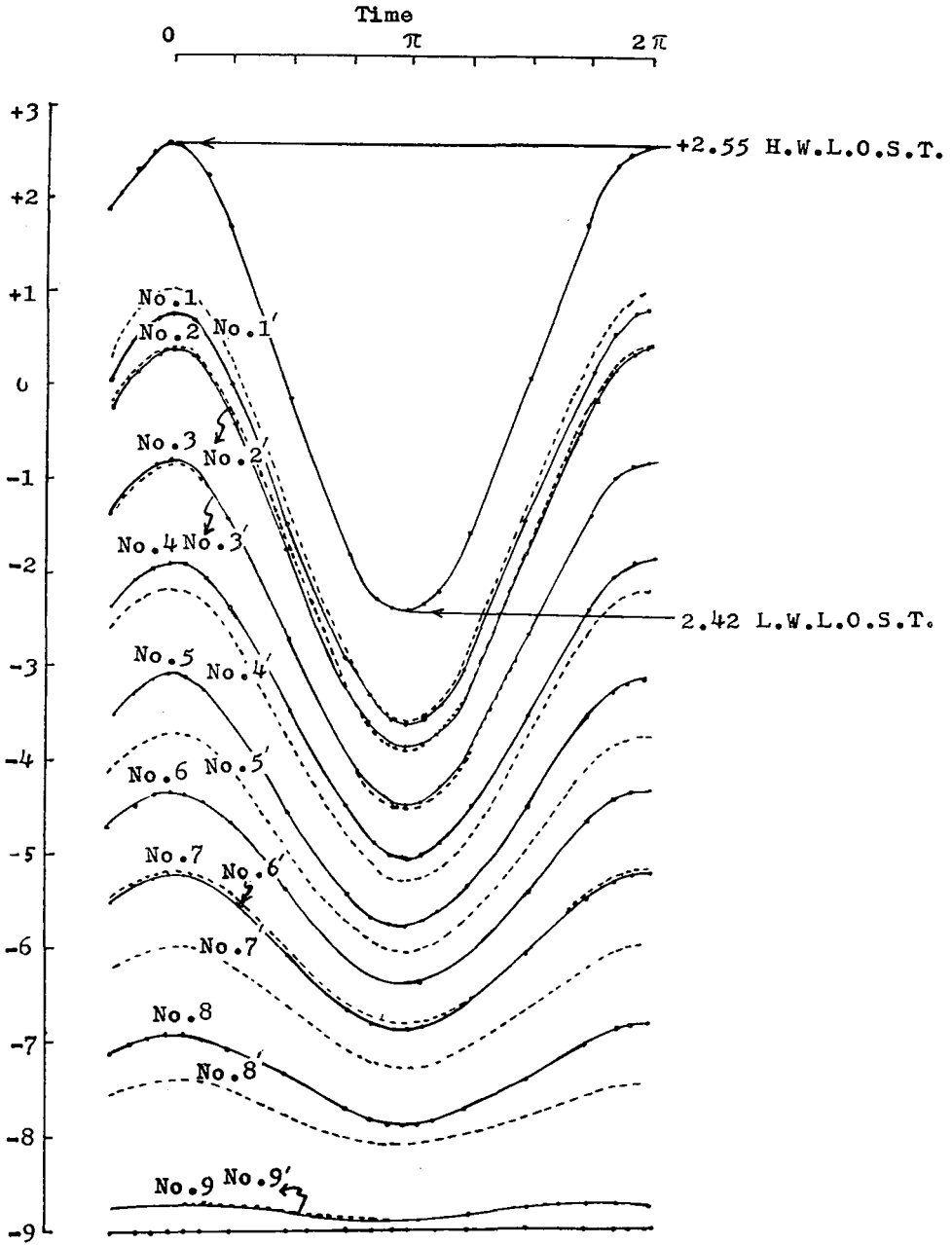


Fig. (VII.16)

Hydrograph at each porous pipe in case of spring-tide

—•—•— cut off - - - - - not cut off

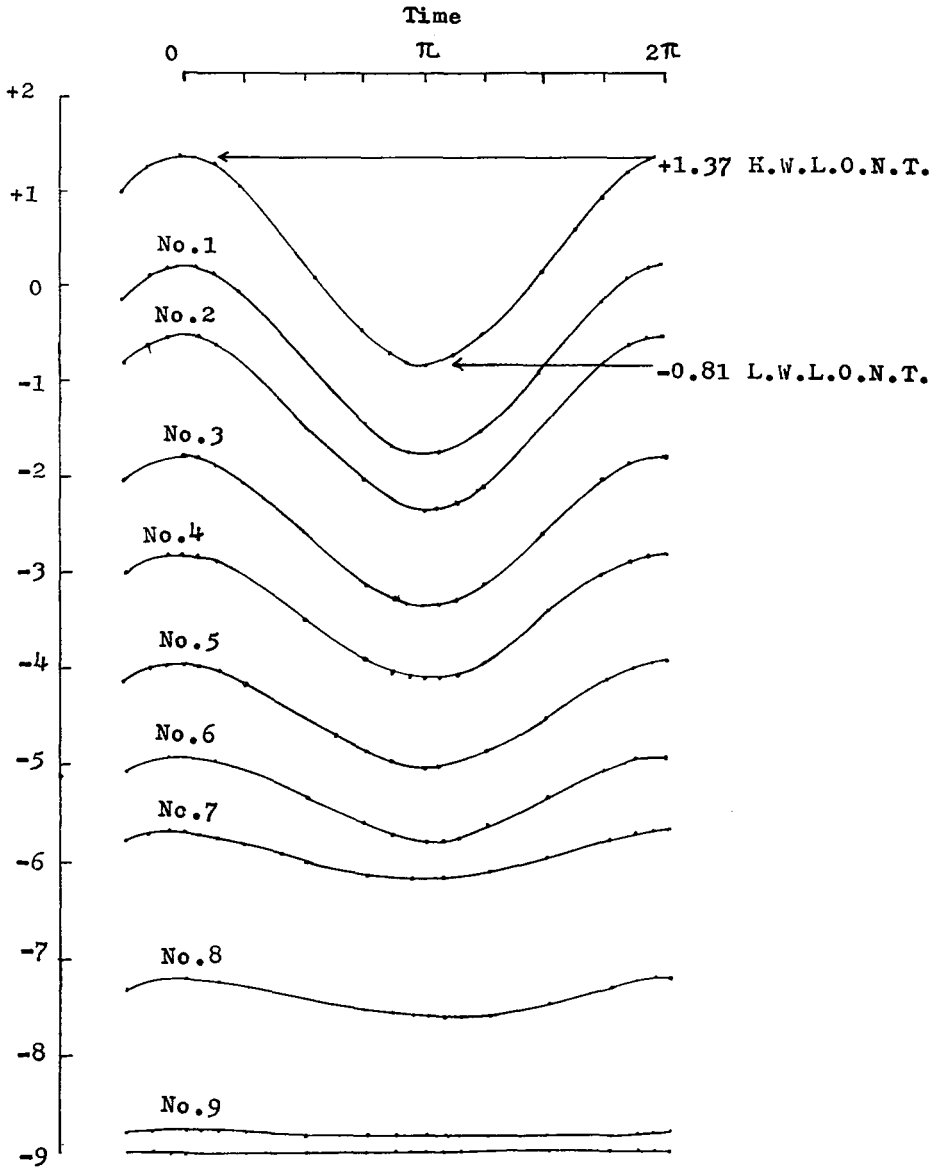


Fig. (VII-17)
Hydrograph at each porous pipe in case of neap-tide

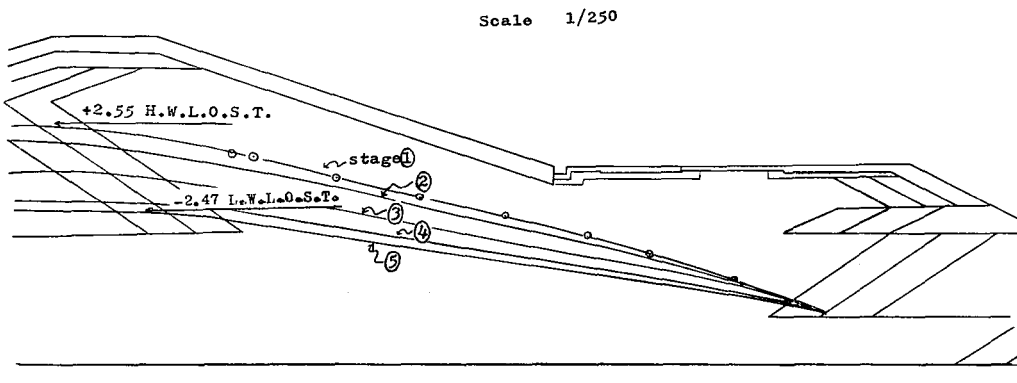


Fig. (VII-18)

Hydrograph at each time in case of spring-tide
 stage ① time 0, ② $2/8 \pi$, ③ $4/8 \pi$, ④ $6/8 \pi$, ⑤ π
 ● : water level in case of steady flow

つぎに流量であるが、前にのべたように下流側を一定水位とし、これから流出してくる浸透水量を累加した積算流量を各時刻ごとに測定した。これを図示したのが Figs. (VII-25, 26) である。ただしこの図は模型の流量であり、実物への換算は定常流の場合と同様にすればよい。

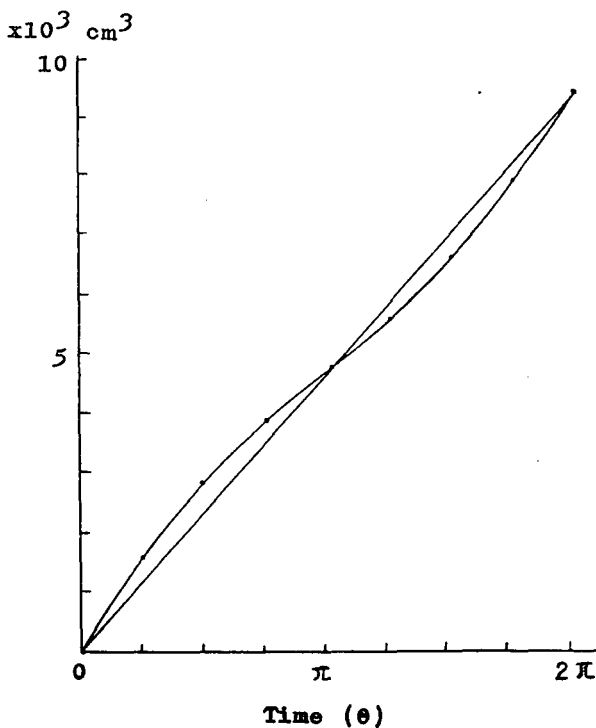


Fig. (VII-19)

Discharge mass curve in case of spring-tide (at 15.5°C)

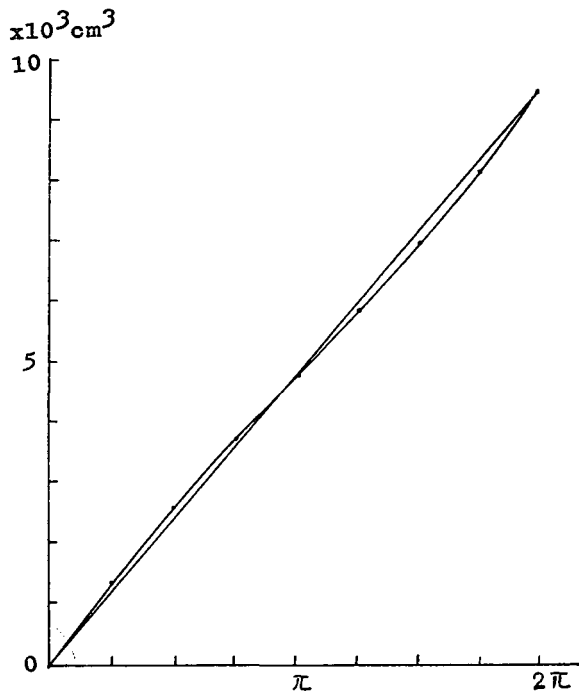


Fig. (VII.20)

Discharge-mass curve in case of neap-tide (at 18.5°C)

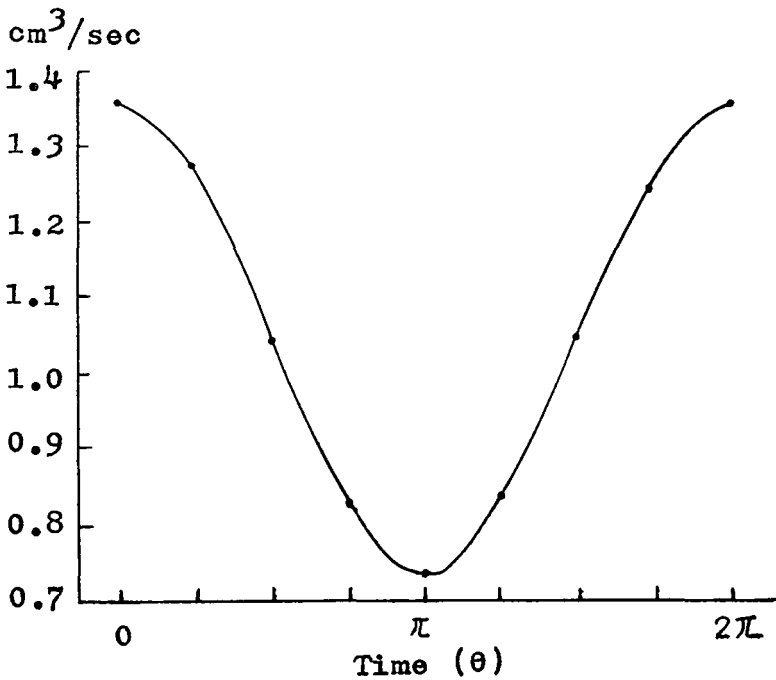


Fig. (VII.21)

Time-discharge curve in case of spring-tide (at 15.5°C)

これらをもてもわかるように、やはり流量も潮位に応じて規則正しい周期性をもっていることが推察される。また Figs. (VII・19, 20) は積算流量であるから、単位時間当りの流量すなわち各時間ごとの瞬間流量を求めて図化したものが Figs. (VII・21, 22) である。

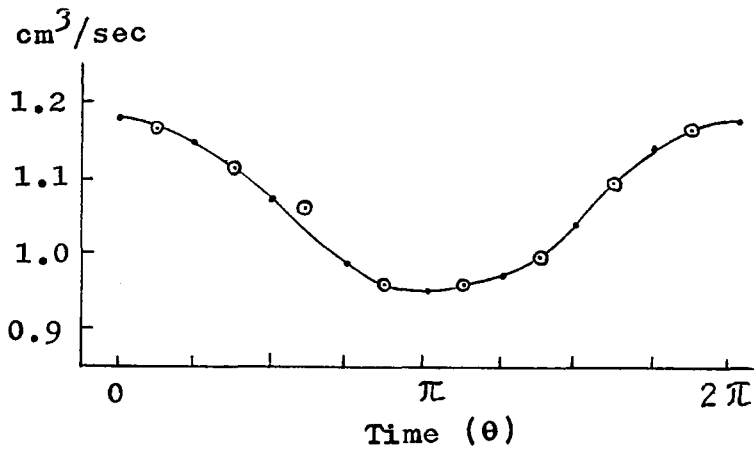


Fig. (VII・22)

Time-discharge curve in case of neap-tide (at 18.5°C)

- calculated value by discharge mass curve
- ⊙ obtained value by actual measurement

以上、長崎干拓堤防標準断面の非定常浸透模型実験の結果を要約すれば、

- (1) 堤体内の水位曲線は普通干拓堤防の場合と異なり、時間のおくれがほとんどなく、曲線の形は放物線状を呈し、定常流においてみられるものとほとんど一致していると思われる。
- (2) ゆえに、この場合定常流の実験を行なうことによって、各水位段階の浸透実験、流量等がつかめることになる。
- (3) とくに非定常の場合、より厳密な模型実験を行なうためには毛管帯が大きくない大粒径の media を用い、fluid を変えるか、あるいは原型の media を用いる方法が考えられる。

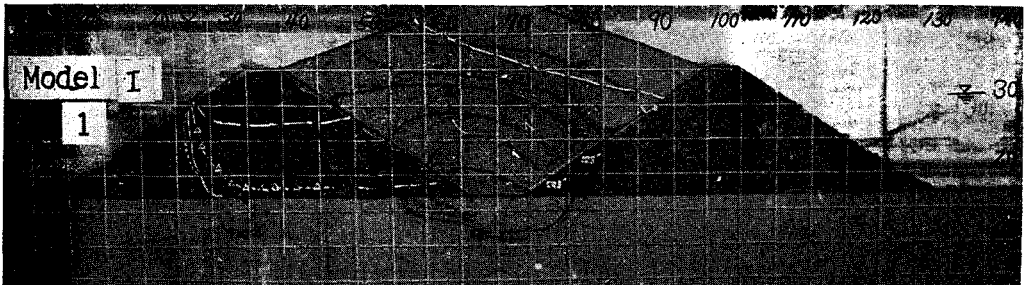


Photo. (VII・1)

Fundamental experiment



Photo. (VII-2)
Fundamental experiment

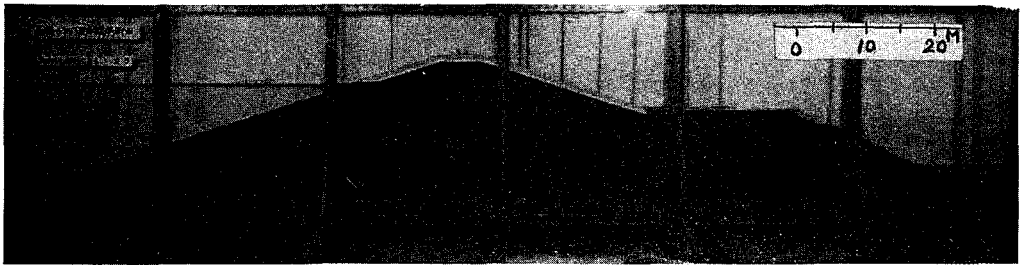


Photo. (VII-3)
Standard section of enclosing dam —model scale 1/25—

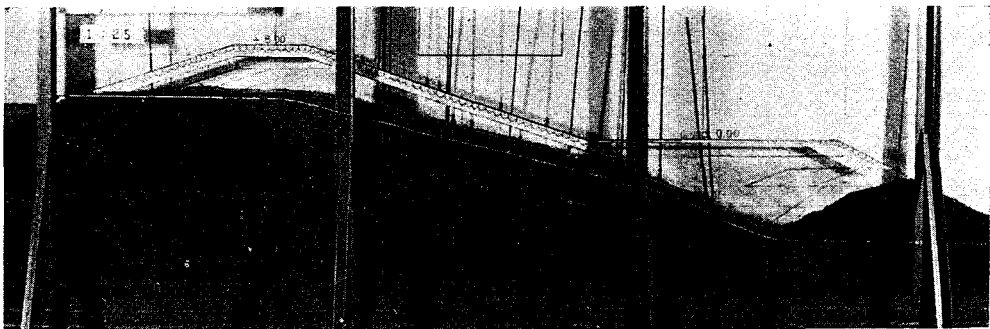


Photo. (VII-4)
Free surface (cut off the inductive capillary zone)
Prototype [sea water level: + 3.79^M (R. H. W. L.)
[water level in retarding basin: -9.00^M

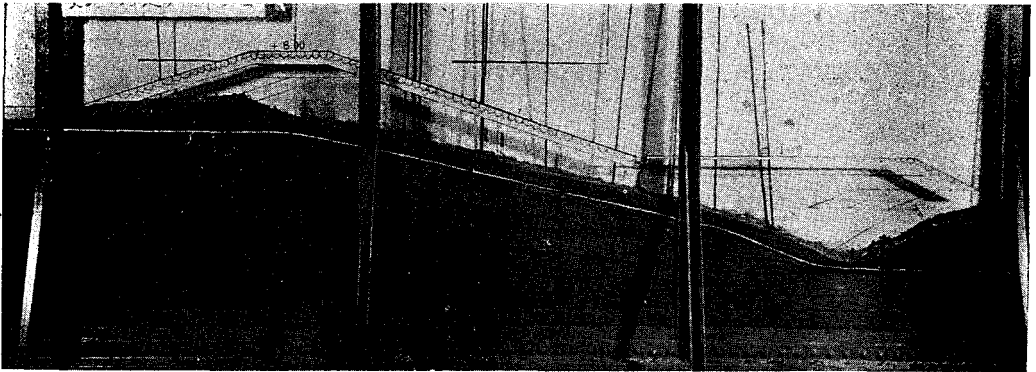


Photo. (VII.5)

Free surface, stream lines and velocity (cut off the inductive capillary zone)

Prototype [sea water level: +2.02^M (M. H. W. L.)
water level in retarding basin: -9.00^M

第 VIII 章 総 括

自由水とそれに付随した毛管帯を有する浸透—いわゆる不圧浸透—についての研究を行なった。従来、不圧浸透については種々の計算式が提出されているが、毛管帯を考慮した場合のその影響については未解決であり、数式もわずかに散見されるにすぎない。

事実、多かれ少なかれ、自由水面を有する浸透現象には毛管帯が存在して、従来の諸式を満足しないことは模型実験を行なってみると明りょうである。原型の場合には、毛管帯の占める割合が模型実験の場合にくらべ小さくなっているの、ある精度内で毛管帯無視を許容することが可能であるが、その模型実験の研究に際しては、毛管帯無視は大きな誤りとなる。そのような意味から、この論文の中では毛管帯の影響を加味した場合の解析方法、諸式について研究を行なった結果についてのべている。第 II 章では、風乾土壤に水頭差のない地下水面を与えた場合の毛管力による土壤水分分布についてのべた。まず、本間の方法¹⁰⁾ にならって表面張力、重力、流動抵抗力を考慮して微分方程式を導き、さらに抵抗係数を定数とした場合と飽和度の関数と考えた場合のそれぞれについて、初期条件、境界条件のもとに、定常、非定常の飽和度の垂直分布を求める式と方法についてのべた。

第 III 章では、浸透流の相似法則を中村理論^{21, 24)} に依って、次元解析、あるいは浸透流の基礎方程式から誘導して、毛管帯無視の場合、毛管帯を無視しない場合の理論式、その他の理論的方法を実際の模型実験の適用の立場からのべた。

第 IV 章では、T. G. Chapman の研究⁴⁾ をもとに、筆者の長方形、台形それぞれの模型堤防内の自由水面の形、浸出面、流線、流速分布、流量、毛管ポテンシャルを求め、理論値と比較した。また模型実験堤防で毛管帯を cut off すると毛管帯の影響が減少する模様をのべた。

第 V 章では、従来、浸透流の問題に用いていた Iteration Method³⁷⁾ を、さらに毛管帯まで含めた浸透流に適用する方法についてのべ、筆者の実験結果とその適用の結果を比較して、その方法の有用性を実証した。

第 VI 章では、Cauchy の積分定理が浸透流量、浸出面を求める有力な方法であることに着目して、従来の適用法⁴¹⁾ を改善して、毛管帯を含めた場合の適用法を 4 つの仮定条件のもとに、

それぞれ長方形堤， 傾斜堤に適用し， 筆者の実験値と比較して， もっとも適当な方法を見出した。

第 VII 章では， 最近の石積・盛土からなる緩傾斜干拓堤防の定常， 非定常模型実験として， 長崎大千拓を対象にして， 相似律を満足する模型実験を行なう場合の実験方法として， 定常の場合毛管帯を cut off することの必要性和その実験結果， 非定常の場合の結果について詳述した。 本論文でのべた筆者のこれまでの研究の範囲内では， 非定常問題に関しては依然として未開発であるが， 定常問題に関しては第 V 章でのべた Iteration Method が毛管帯を含めた浸透問題を解くもっとも確実な方法であり， 従来計算の反復性に難点があったが， 電子計算機を利用することによって， この点が解消して一層有力な方法になった。

主 な 記 号

α	第 II 章では毛管常数 (cm ²)， 第 VI 章では下流面の堤防傾斜角。	H_c	飽和している誘動毛管高
α_1	$= \frac{\rho \cdot \lambda \cdot g}{K}$	H_s	浸出面の長さ。
α_2	$= \frac{K}{\rho \cdot g \cdot \lambda \cdot R}$	h_c	飽和している誘動毛管高， 第 VI 章ではその無次元表示。
α_3	$= \frac{1}{R}$	h_s	浸出面の長さ。 第 VI 章ではその無次元表示。
β	上流面の堤防傾斜角。	H_s'	飽和最高毛管高 (cm)。
d	均一粒径と考えた場合の粒子 1 コの平均直径 (cm)。 ここでは d_w に等しいとした。	H_u'	不飽和最高毛管高 (cm)。
d_0	平均粒径 (cm)。	θ	飽和度 (小数表示)。
d_1	均一粒径と考えた場合の間ゲキ 1 コの平均直径	θ_a	下流面の堤防傾斜角
	$= d \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda}{1-\lambda}} \text{ (cm)}.$	θ_a'	上流面の堤防傾斜角
d_w	Zunker の提唱した有効直径。 すなわち現実の土と同一の内表面を有する均整球形粒子の粒径 (cm)。	I	imaginary part を示す。
d'	傾斜堤の幅。	i	動水コウ配。
ϵ	気孔の大きさ (cm)。	K	土中における水の表面張力に関する係数
F	飽和毛管帯における表面垂直力 (おもに水の表面張力に起因する毛管力)		$= \frac{6 \cdot T}{d} \cdot \sqrt[3]{\lambda \cdot (1-\lambda)} \text{ (gr/cm}^2\text{)}.$
g	重力の加速度 (cm/sec ²)	k	透水係数 (cm/sec)。
G_s	土の真比重	K_1	浸透における層流抵抗係数。
H	$z = 0$ 点より地表面までの距離	K_2	浸透における乱流抵抗係数。
h	蒸発面における係数	$k(\theta)$	飽和度 θ における透水係数 (cm/sec)。
	$= \frac{1}{\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z}$	L	堤体長。
		l	基準の長さ。
		λ	間ゲキ率 (小数表示)。
		添字 m	model を示す。
		μ	水の粘性係数 (ポアズ)。
		n	微小直六面 $dx \cdot dy \cdot dz$ 内の平均直径 d なる土粒子の数。 または Darcy 領域外での流

	速の指数.	v	浸透流速のベクトル表示.
P	圧力.	Φ	ポテンシャル関数.
添字 P	Prototype を示す.	ϕ	浸透ポテンシャル $= z + \frac{P}{\rho \cdot g}$
ρ	水の密度 (gr/cm^3).		第 VI 章ではポテンシャル関数の無次元表示.
Q	浸透流量.	w	含水比 (小数表示).
Q_c	毛管帯を考慮した場合の浸透流量.	Y_1	下流側水深.
Q_D	毛管帯を考慮しない場合の浸透流量.	Y_2	上流側水深.
q_c	毛管帯を考慮した場合の浸透流量. 第 VI 章ではその無次元表示.	Y_M	上流側毛管帯 $\frac{1}{2}$ までの高さ.
q_D	毛管帯を考慮しない場合の浸透流量.	Y_N	下流側毛管帯 $\frac{1}{2}$ までの高さ.
$q_{cex.}$	毛管帯が存在する場合の浸透流量の実験値.	y_1	下流側水深. 第 VI 章ではその無次元表示.
R	毛管流動における抵抗係数 (sec/cm). 第 VI では Real part を示す.	y_2	上流側水深. 第 VI 章ではその無次元表示.
添字 r	模型と実物の比を示す.	Ψ	流線関数.
T	空気に接する水の表面張力 (gr/cm).	ψ	第 III 章では浸透における流動抵抗力. 第 VI 章では流線関数の無次元表示.
u	下流水平方向成分の浸透流速.		
v	土中の水の上昇速度 (cm/sec). 第 VI 章では鉛直下向き成分の浸透流速.		

参 考 文 献

- 1) 秩葉満寿次: 誘動毛管水の研究. 東大農学部農業工学研究室研究第 1 輯, (1942), pp. 1~107.
- 2) Kerr, A. D.: A study of the effect of the capillary zone on the flow through homogeneous earth dam. Géotechnique, Vol. 9, No. 2, (1959), pp. 59~60.
- 3) Chid, E. A.: A treatment of the capillary fringe in the theory of drainage. Jour. Soil Sci., Vol. 10, No. 1, (1959), pp. 83~100.
- 4) Chapman, T. G.: Capillary effects in a two-dimensional ground-water flow system. Géotechnique, Vol. 10, No. 2, (1960), pp. 55~61.
- 5) Saffman, P. G.: Dispersion due to molecular diffusion and macroscopic mixing in flow through a network of capillaries. Jour. Fluid Mechanics, Vol. 7, No. 2, (1960), pp. 194~208.
- 6) 河原田礼次郎・細山田健三: 石積盛土の複合堤防内の浸透について (第 3 報) 定常流, 非定常流の模型定験. 干拓研究, No. 51, (1960), pp. 1~54.
- 7) 細山田健三: 自由水面を有する模型堤防の浸透について (I) 一浸透自由水面, 浸出面—農土研別冊, No. 4 (1962), pp. 37~41.
- 8) 細山田健三: 自由水面を有する模型堤防の浸透について (II) 一浸透流線, 流速, 流量, 毛管ポテンシャル—農土研別冊, No. 4, (1962), pp. 42~66.
- 9) 細山田健三: 自由水面を有する模型堤防の浸透について (III) 一毛管帯を考慮した場合の Cauchy の積分定理の応用—農土研別冊, No. 11, (1965), pp. 38~44.
- 10) 本間 仁: 技術者のための水理学. 丸善, (1955), pp. 254~257.
- 11) 黒田正治: 溶解気体による不飽和浸透の発生と浸透性. 農土学会九州支部懇談会, (1964).
- 12) 守島正太郎: 砂柱毛管高試験成績報告および毛管高理論に対する新見解. 農土研, Vol. 14, No. 2, (1942), pp. 67~71.
- 13) 山崎不二夫: 砂の毛管粒形係数に就いて (その 1). 農土研, Vol. 14, No. 2, (1942) pp. 81~96.
- 14) 中村忠春: 土の上昇浸透についての考察. 昭和 40 年度農土学会大会講演集, (1965), pp. 257~258.
- 15) 細山田健三: 毛管力による土壤水分分布について (第 1 報). 第 24 回農土学会九州支部講演集, (1964), pp. 227~235.

- 16) ベーバー (野口, 福田訳) : 土壌物理学. 朝倉書店, (1955), pp. 254~255.
- 17) 細山田健三 : 毛管力による土壌水分分布について (第 II 報) 電子計算機を利用した数値解法. 昭和40年度農土学会大会講演集, (1960), pp. 259~260.
- 18) Hanks, R. J. and Bowers, S. A. : Numerical Solution of the moisture Flow Equation for Infiltration into Layered Soils. Soil Sci. Soc. Am. Proc. (1962), pp. 530~534.
- 19) 野邑雄吉 : 応用数学, 内田老鶴圃, (1957) p. 174.
- 20) 細山田健三 : 干拓堤防に関する農業土木学的研究 (第 3 報) 堤防の相似模型浸透実験について. 山口大学農学部学術報告, No. 11. (1960), pp. 83~88.
- 21) 中村 充 : 浸透水運動の基礎理論. 農土研, Vol. 24, No. 1, (1956), pp. 40~44.
- 22) 中村 充 : 浸透水運動の基礎理論 (II). 農土研, Vol. 24, No. 4, (1956), pp. 32~36.
- 23) 中村 充 : 浸透水運動の基礎理論 (III). 農土研, Vol. 25, No. 2, (1957), pp. 35~40.
- 24) 中村 充 : 浸透水運動の基礎理論 (IV). 模型実験理論. 農土研, Vol. 25, No. 6, (1958), pp. 27~31.
- 25) 細山田健三 : 毛管帯を考慮した相似模型浸透実験の計画. 第 16 回農土学会中国四国支部講演会講演要旨, (1961), pp. 21~24.
- 26) 吉田昭治 : 不飽和毛管帯を考慮した場合の浸透流の相似則. 昭和40年度農土学会大会講演集, (1965), pp. 253~254.
- 27) 田町正誉 : 土壌および堤体内における浸透に関する理論的考察. 九大農業工学研究資料, No. 51, (1957), pp. 1~159.
- 28) Chapman, T. G. : Two-dimensional ground-water flow through a bank with vertical faces. Géotechnique, Vol. 7, No. 1, (1957), pp. 35~40.
- 29) Hamel, G. and Günther, E. : Numerische Durchrechnung zu der Abhandlung über Grundwasserströmung. Z. Angew. Math. u. Mech., (1935), Vol. 15, p. 225.
- 30) Wyckoff, R. D. and Reed, D. W. : Electrical conduction of water seepage problems. physics, No. 6 (1935), pp. 395~400.
- 31) Shaw, F. S. and Southwell, R. V. : Relaxation method applied to engineering problems. VII. Problems relating to the Percolation of fluids through Porous materials. Proc. Roy. Soc. A, Vol. 178, (1941), pp. 1~17.
- 32) Jaeger, C. E. : Engineering fluid mechanics. pp. 403~409, Blackie, (1956).
- 33) Muskat, M. : The flow of homogeneous fluid through Porous media. pp. 303~318, Mc Graw-Hill, (1937).
- 34) 吉田昭治 : 誘動毛管水の速度分布について. 昭和38年度農業土木学会大会講演要旨. (1963). pp. 9~10.
- 35) Peter, O. Wolf and Chapman, T G. : Correspondence. Géotechnique, Vol. 7, (1957), pp. 140~144.
- 36) 細山田健三 : Iteration Method を適用した自由水面を有する定常浸透流の研究, 佐大農学彙報, No. 18, (1964), pp. 95~112.
- 37) Karpoff, K. P., ABDEL-AZIZ, I. Kashef : Discussion of Pavlovsky's theorem for phreatic line and slope stability. A. S. C. E, Vol. 80. (1954).
- 38) 田中宏平 : カンガイ排水に関係ある浸透流の研究. 佐大農学部彙報, No. 13, (1961), p. 131.
- 39) 高木俊介 : 水理学的解釈による Relaxation Method (I), (II), 農土研, Vol. 26, No. 2, No. 3, (1958), pp. 13~17, pp. 29~33.
- 40) 渡辺潔 : 暗渠排水の数値解について. 第14回農業土木学会九州支部講演会講演集, (1958), pp. 109~114.
- 41) Ohji, M. : A contribution to the theory of the seepage through an Earth Dam, Reports of Research Institute for Applied mechanics. Kyushu Uni. Vol. III, No. 9, (1954), pp. 1~10.
- 42) 高田京一・渡辺 潔 : 堰堤下の浸透について. 農土研, Vol. 24, No. 5, (1956), pp. 264~267.
- 43) 高田 京一 : Cauchy の積分定理を応用した浸透流の解法 (II) 前刃金の理論. 農土研, Vol. 25, No. 5, (1958), pp. 308~312.
- 44) 高田京一・渡辺 潔 : Cauchy の積分定理を応用した浸透流の解法 (III) 底部が不透層まで貫入していない集中キヨの理論. 農土研, Vol. 25, No. 6, (1958), p. 370~373.
- 45) 渡辺 潔 : Cauchy の積分定理を応用した土堰堤の浸透流について
(1) 法尻付近に矢板を有する干拓堤防の浸透流. (2) 捨石基礎から堤体に流入する浸透流.
佐大農学彙報, No. 16, (1963), pp. 37~51.
- 46) 高田雄之 : 干拓工学上巻. 九大農工研究会刊, (1959), pp. 533~550.
- 47) 高田雄之・細山田健三 : 石積・盛土の複合堤防内の浸透について (II) レキ層力の透永. 農土研, Vol. 25, No. 7, (1959), pp. 451~453.

-
- 48) 高田雄之・細山田健三：石積・盛土の複合堤防内の浸透について (I) 模型実験, 農土研, Vol. 25, No. 7, (1959), pp. 448~450.
- 49) テルツアギ・ベツク (小野薫他訳) : 土質力学. 丸善, (1955), pp. 42~44.