2次元セルオートマトン交通量モデルにおける渋滞相の安定性

佐賀大学理工学部情報科学教室: 只木進一*
大阪大学理学部物理学教室: 菊池　誠†

1　序論

従来、交通量の問題は流体力学的な取り扱い (Burgers 方程式など) がなされてきた。離散化によって、計算機シミュレーションを実行しやすくなるため、近年、セルオートマトン (CA) を使ったモデル化が幾つかなされている。最も簡単なモデルは Wolfram の分類上 184 番と名付けられたものである[1)]。このモデルは、その簡単さにも関わらず、高密度側で相転移を示す。車の速度の変化を考慮したモデルや、障害物の効果がこれまで 1 次元モデルで研究されてきている[2, 3, 4, 5)]。

2 次元モデルは都市などのある領域内の交通網に発生する渋滞のモデルと考えられる。Biham たちは、簡単な 2 次元のモデルで相転移が起こることを示した[6)]。本報告では、彼らのモデルにおける渋滞相の性質について議論する[7)]。

2　モデル

ここで扱うのは Biham らの model-I である。車は周期境界条件の課せられた $N \times N$の格子上に分布している。各 site の状態は

$$\begin{array}{lcl} \sqcup & : & \text{no car} \\ \rightarrow & : & \text{右向きの車} \\ \uparrow & : & \text{上向きの車} \end{array} \tag{1}$$

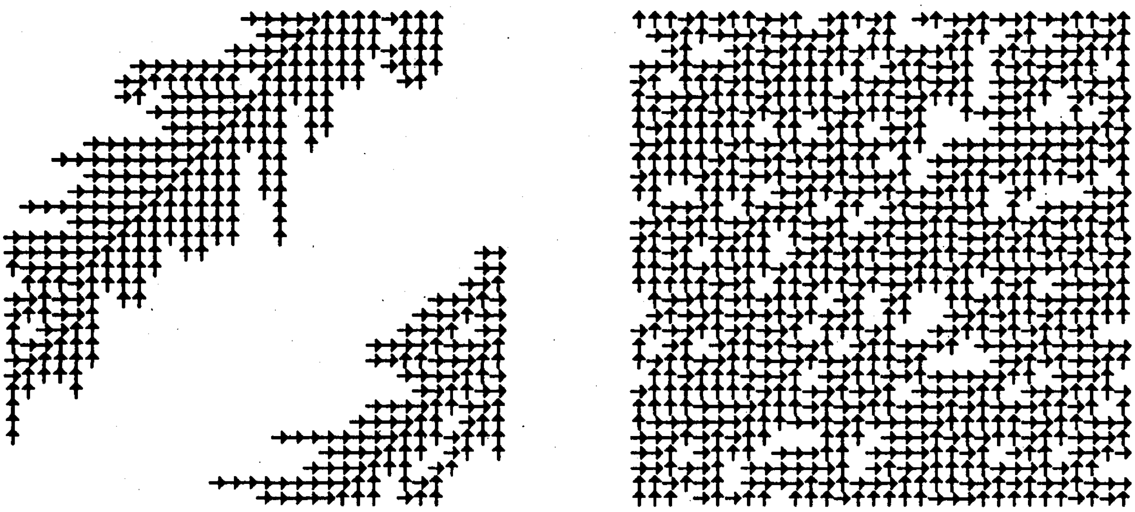
である。つまり、このモデルは 2D 3-state CA である。右向きの車の数を $N_\rightarrow$、上向きの車の数を $N_\uparrow (N_\rightarrow = N_\uparrow)$ とし、密度を

$$p = \frac{N_\rightarrow + N_\uparrow}{N^2} \tag{2}$$

*E-mail:tadaki@ai.is.saga-u.ac.jp
†E-mail:kikuchi@godzilla.kek.jp

で定義する。右向きの車は右隣の site が空いている時、上向きの車は上隣の site が空いている時、それぞれ 1 site だけ動くことが出来る。系全体に交通信号があり、偶数時間は上向きの車だけが、奇数時間は右向きの車だけが動くことが出来る。

十分時間が経過した後の平均の速度$\bar{v}$を調べることによって相転移を定義することが出来る。低密度側では車は自由に動き ($\bar{v}=1$)、高密度側では渋滞で停止する ($\bar{v}=0$)。渋滞によって車が完全に停止してしまう原因は、右向き上向きのそれぞれの車が相互に相手の進路を妨害することによる。自由走行相から渋滞相への転移ははっきりと起こるが ($p \sim 0.35$ 付近)、転移点の site 数への依存はあまり明かではない。一方 1 次元の場合には、$\bar{v}$は転移点からなめらかに減少する。



(a) lattice = (32,32) p = 0.40　　(b) lattice = (32,32) p = 0.90

図 1: (a) 低密度での渋滞及び (b) 高密度での渋滞

3　渋滞相の性質

Biham らの model-I で、渋滞相の性質を調べる。低密度で起こる渋滞 ($p \simeq 0.35 \sim 0.6$) では、45°の右上がりの線上に渋滞の核が並び、水平方向及び垂直方向に渋滞の枝が伸びている (図 1(a))。つまり、対角的な方向に空間的長距離相関 (同じ方向の車同士の相関) があることが分かる。また低密度の場合、ランダムな初期条件から開始した場合、渋滞が起こるまでの時間が長い。このような渋滞は、郊外の道路で、工事や事故で幹線道路に渋滞が生じ、その幹線道路へ流入する道路にも渋滞が広がった状態に対応していると考えられる。

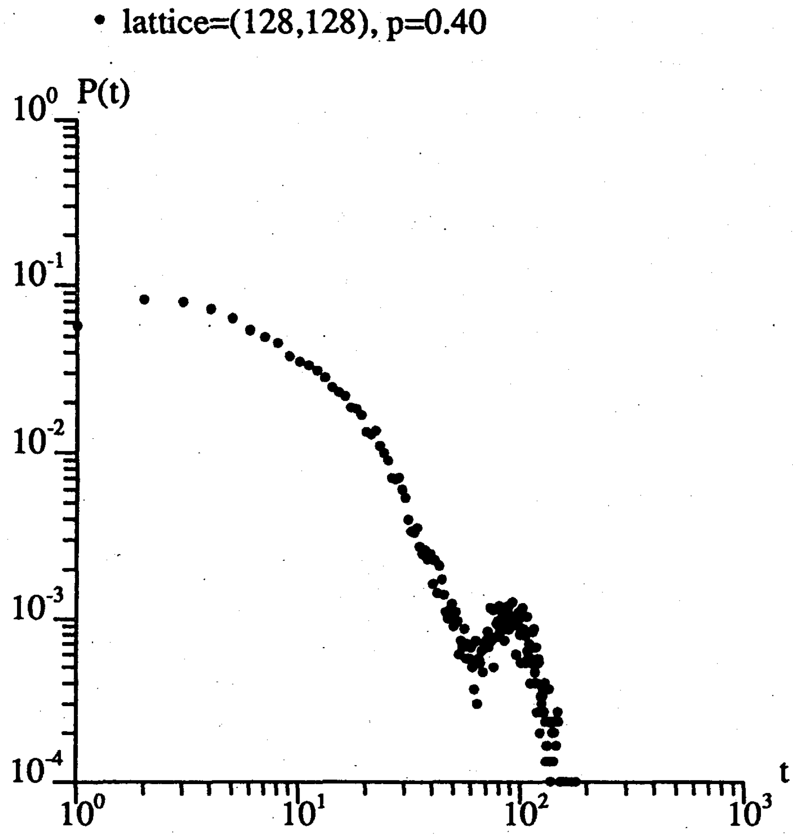


図 2: 低密度での分布 $P(t)$

一方、高密度 ($p \simeq 0.6 \sim 1$) では、小さな渋滞が系を被い尽くす (図 1(b))。ランダムな初期状態から渋滞が起こるまでの時間は短く、同じ向きの車同士の空間的相関は現れず、初期状態の持っていたランダムさが残っていると考えられる。このような渋滞は大都市での渋滞に対応していると考えられる。つまり、一つの渋滞からの脱出は、単に次の渋滞の最後尾へ追いつくことしか意味しないような場合である。

渋滞の中心には右向きの車の前に上向きの車が、逆に上向きの車の前に右向きの車が停止している。これを blockade pair と呼ぶことにする。この blockade pair を取り除き、渋滞の最後尾に移動するような摂動を渋滞に対して加え、渋滞の安定性を調べることにする。上の摂動を加えた後、次の渋滞が起こるまでの時間 t を交通信号の周期を単位として計る。その分布を

$$P(t) = \frac{n(t)}{\sum_{t=0}^{\infty} n(t)} \tag{3}$$

で定義する。ここで、$n(t)$ は、摂動の効果によって車が動くことの出来た時間が t であるようなイベントの数である。

低密度における渋滞に摂動を加えると、比較的長い時間、車両が動く

ことが可能である。これは、対角方向への空間的長距離相関の効果である。これに対応して $P(t)$ にはシステムサイズに対応するピークが現れる(図 2)。つまり、渋滞の中心をなす blockade pair の列に沿って、摂動の効果が伝わっていることが分かる。

一方、高密度における渋滞に摂動を加えると、一つ一つの渋滞が小さく、渋滞を抜けるとすぐに他の渋滞の最後尾に付くので、車両が動ける時間は低密度に比べると非常に短い。摂動の影響する時間の分布 $P(t)$ は

$$P(t) \sim t^{-a}, \qquad a \sim 3 \tag{4}$$

という巾則に従う (図 3)。

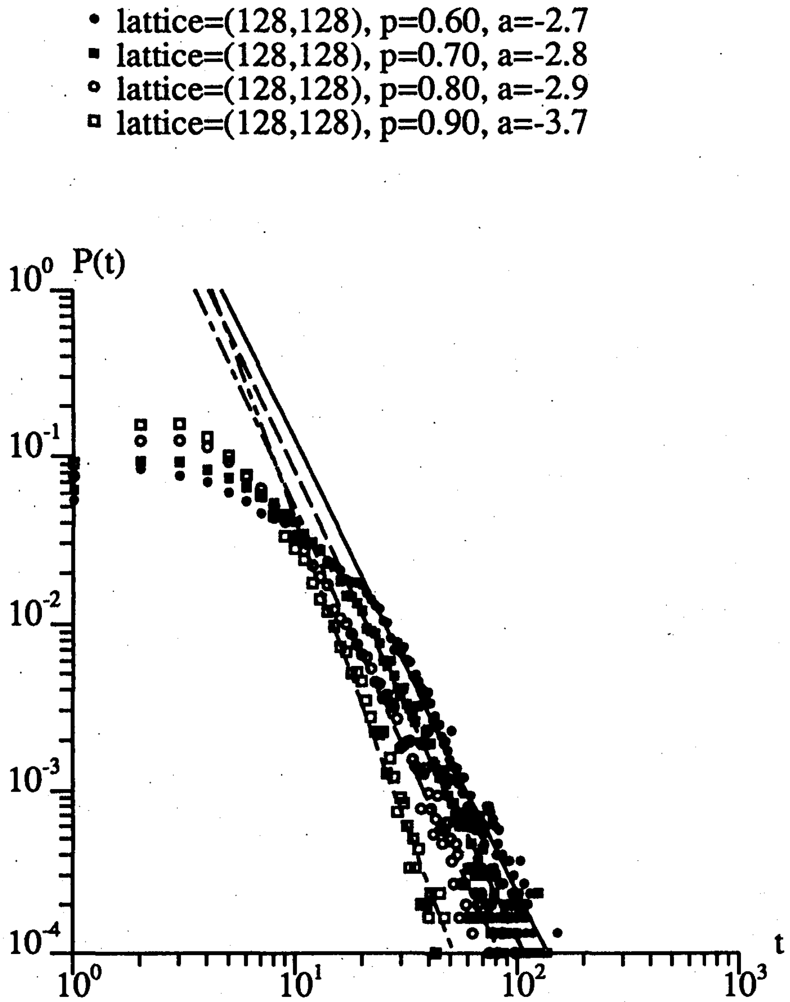


図 3: 高密度での分布 $P(t)$

4　まとめ

本報告では、2次元セルオートマトン交通量モデルにおける渋滞相の性質について議論した。低密度の渋滞は、空間的長距離相関があり、それを反映して、摂動の影響が残る時間の分布 $P(t)$ に系のサイズに対応したピークが現れた。一方高密度での渋滞は、小さな渋滞が系全体を被う形で現れる。$P(t)$ は特徴的スケールを失い巾則に従う。この巾則の出現は、高密度渋滞相の Self-organized ciriticality (SOC) 的な性質を示唆している。同じ方向の車同士の空間相関が失われていることは、特徴的空間スケールの消失を示唆しているが、このことから直ちに $P(t)$ の巾則を説明することは出来ない。SOC 的は現象が起こっているならば、空間相関にも同様な効果が現れることが期待されるが、どのような空間相関に巾則が現れるのかが現在のところ不明であり、今後に明かにしていきたい。なお詳細については文献 7) を参照されたい。

References

1) S. Wolfram, *Rev. Mod. Phys.* **55** (1983), 601.

2) K. Nagel and M. Schreckenberg, J. Phys. I France **2**, (1992), 2221.

3) K. Nagel and H. J. Herrmann, *Deterministic models for traffic jam*, HLRZ preprint 46/93 (1993).

4) A. Schadschneider and M. Schreckenberg, *Cellular automaton models and traffic flow*, J. Phys. **A** (1993) in press.

5) M. Kikuchi, S. Yukawa and S. Tadaki, in preparation.

6) O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine, *Phys. Rev.* **A46** (1992), 6124.

7) S. Tadaki and M. Kikuchi, in preparation.