

土の繰返し圧密

講 座

5. 飽和粘性土の繰返し圧密理論と解析手法

兵 動 正 幸 (ひょうどう まさゆき)  
山口大学助教授 工学部社会建設工学科

坂 井 晃 (さかい あきら)  
佐賀大学助教授 理工学部建設工学科

5.1 はじめに

飽和粘性土の繰返し圧密とは、粘性土地盤が繰返し荷重を受け、その過程および結果として間隙水の排水を伴いながら沈下もしくは変形を生じる現象を称している。この現象は、土の透水性と外力としての繰返し荷重の大きさ、周期およびその継続時間によって支配される。繰返し圧密による具体的な地盤沈下の事例は前章で示されたとおりであるが、残念なことにこれら現場で起こった事象を十分に説明できるような理論や解析法は、まだ確立されるに至っていない。

このような現象のメカニズムを調べるために、これまでいくつかの室内実験が行われてきた。繰返し圧密の実験においては、荷重周期によっては部分排水状態となり供試体内で間隙水圧が分布するため、結果を有効応力で整理することが困難となる。これまでに提案されたモデルは、種々の仮定を設けながらも繰返し圧密に伴う土の変形を定量的に表すよう工夫がなされている。しかしながら、これらは主として室内実験を基に作成されたモデルであり、実際問題に適用する場合パラメーターの決定方法等に問題が残ることから、出来る限り多くの現場の問題に対応させ、より良いモデルにしていくことが望まれる。本章では、これまでに提案された繰返し圧密の解析モデルを紹介し、若干の解説を加えたい。

5.2 一次元圧密理論を基本とした解析モデル

これまでに提案された解析モデルは、一次元の圧密方程式に外力としての繰返し荷重を加えたものであり、大別して(1)Terzaghi (テルツァーギ) の圧密方程式を用いたもの、(2)レオロジーモデルとの連成

を行ったもの、(3)二次圧密の影響を考慮したモデルの三つに分けられる。

(1) Terzaghi の一次元圧密理論を基本にしたモデル

Terzaghi の一次元圧密方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{m_v \gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots \dots \dots (1)$$

を基本に用いたもので、荷重荷重として繰返し荷重を与えて沈下量を算出する。繰返し荷重に対して式(1)を解く場合、荷重と除荷を伴いさらに繰返し荷重により圧密の進行を伴うが、圧密に関する定数を一定として取り扱ったもの<sup>1)</sup>、荷重・除荷および繰返し回数に応じて圧密定数を変化させたもの<sup>2)~5)</sup>に分けられる。

i) 圧密定数一定としたモデル

Wilson (ウイルソン) ら<sup>1)</sup> は、図-5.1 に示す矩形の荷重  $\Phi(t)$  が周期  $t_c$  で繰返し荷重される場合を想定し圧密方程式を解いた。荷重は次式で表される。

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \Delta p & r t_c < t < r t_c + t_1 \quad (r=0, 1, 2, \dots) \dots \dots (2) \\ \Phi(t) &= 0 & r t_c + t_1 < t < (r+1) t_c \end{aligned}$$

すなわち、荷重時間  $t_1$ 、除荷時間  $t_c - t_1$  である。その結果、以下に示すような荷重時と除荷時の圧密度  $U_z$  を導いている。

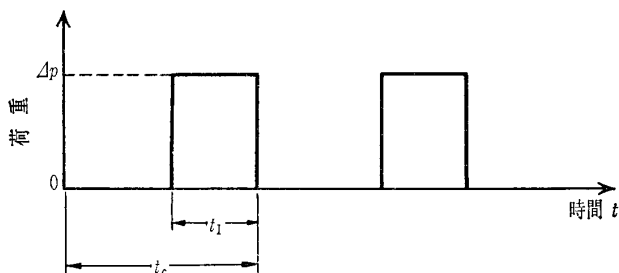


図-5.1 繰返し荷重と時間の関係

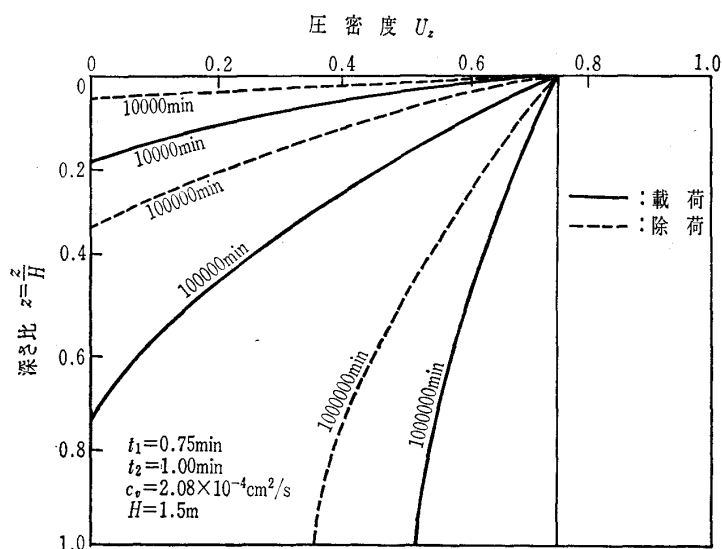


図-5.2 繰返し圧密における圧密度の計算結果<sup>1)</sup>

(載荷時)

$$U_z = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \sin(MZ) \left[ \frac{e^{\alpha_m(t_1-t_a)} - e^{\alpha_m(t_c-t_a)}}{1 - e^{\alpha_m t_c}} \right] \dots \dots \dots (3)$$

(除荷時)

$$U_z = \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \sin(MZ) \left[ \frac{e^{\alpha_m(t_c-t_1-t_b)} - e^{\alpha_m(t_c-t_b)}}{1 - e^{\alpha_m t_c}} \right] \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $M=(2m+1)\pi/2$ ,  $Z=z/H$  ( $H$ : 層厚,  $z$ : 深さ),  $\alpha_m=c_v(M^2/H^2)$ ,  $t_a$  は  $\Delta p$  載荷直後からの経過時間,  $t_b$  は除荷直後からの経過時間である。

図-5.2 は、それによる計算結果の一例である。図中、地表面 ( $Z=0$ ) を排水境界として、各深さおよび時間における載荷および除荷時の圧密度がそれぞれ示されている。この結果は、載荷時間  $t_1=0.75$  分、除荷時間  $t_c-t_1=0.25$  分の場合に対応するものであり、この場合には最終的な圧密度は0.75となる

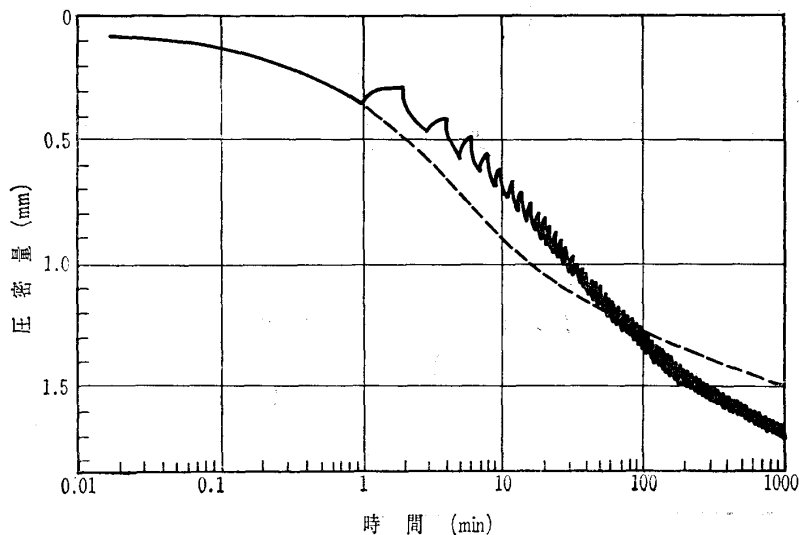


図-5.4 繰返し圧密試験結果<sup>3)</sup>

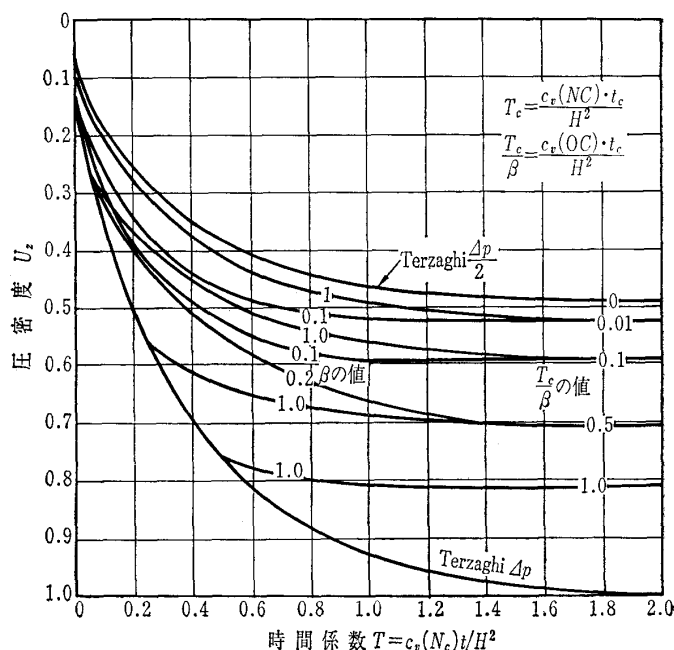


図-5.3 圧密度・時間係数曲線<sup>2)</sup>

ている。

これらのモデルは、圧密方程式に荷重項として変動外力を与えたものであり、繰返し圧密の過程において変化する土の物性についての評価は行われていない。

ii) 圧密定数を変化させたモデル

i)におけるモデルを繰返し圧密による物性の変化に対応して、さらに発展させたモデルとして以下のようなモデルが提案されている。

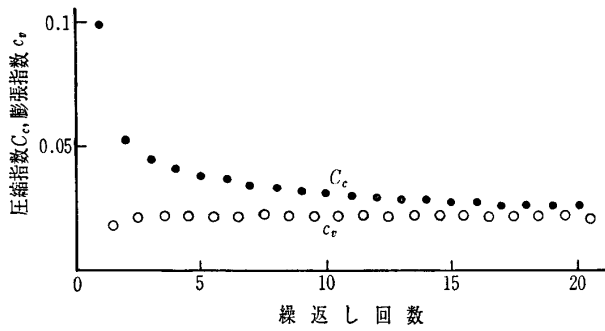
繰返し圧密においては、載荷と除荷を繰返すことになるので、除荷時や再載荷時は過圧密状態になる。Baligh (バリー) ら<sup>2)</sup> は、圧密定数の変化を表すために、以下の二つのパラメーター  $\alpha$ ,  $\beta$  を導入している。

$$\alpha = \frac{m_v(OC)}{m_v(NC)} ; 0 \leq \alpha \leq 1 \dots \dots \dots (5)$$

$$\beta = \frac{c_v(NC)}{c_v(OC)} ; 0 \leq \beta \leq 1 \dots \dots \dots (6)$$

$\alpha$  および  $\beta$  は、それぞれ正規圧密状態の体積圧縮係数  $m_v(NC)$ , 圧密係数  $c_v(NC)$  と除荷および再載荷時のいわゆる過圧密状態における体積圧縮係数  $m_v(OC)$ ,  $c_v(OC)$  との比によって表されたものである。Balighらは繰返し圧密におけるこれらの値を  $\alpha=\beta=0.1 \sim 0.2$  程度であるとしている。図-5.3 は、図-5.1 に示す繰返し荷重  $\Delta p$  (ただし載荷周期  $t_c=2t_1$ ) を受けるときの各載荷終了時にお

講 座



図—5.5 繰返し载荷による圧縮指数, 膨張指数の変化<sup>3)</sup>

る圧密度と時間係数の関係を示したものである。繰返し荷重  $4p$  における圧密度は、静的载荷における  $4p$  と  $4p/2$  のそれぞれの载荷の場合の中間に位置し、 $\beta$  と载荷周期  $t_c$  の長さにより異なることが示されている。例えば、 $\beta$  がある一定値をとる場合、繰返し载荷時の沈下量は  $T_c/\beta$  の値が小さくなるほど、すなわち载荷周期  $t_c$  が小さくなるほど減少する傾向にある。また、この沈下量は、Terzaghi 理論による静的圧密沈下量より常に下回る結果となり、これまで観察されたいくつかの実験結果と必ずしも一致しないものとなっている。

岩田ら<sup>3)</sup> は、繰返し圧密試験から繰返し回数による圧縮指数と膨張指数および圧密係数の繰返し回数に対する変化を求め、これを圧密方程式に代入して各繰返し载荷時の沈下量を算出している。図—5.4 は、層厚 10m の実地盤における 1 年の繰返し载荷周期に相当する载荷周期として、同じ時間係数  $T$  に対応するように 2cm 厚さの供試体に対して 120 秒の周期で载荷を行った繰返し圧密試験結果である。試料は新潟県六日町の深度 38.0~39.1 m から採取したシルト質粘性土である。繰返し設定応力は  $12.8 \text{ kgf/cm}^2 \sim 6.4 \text{ kgf/cm}^2$  である。この実験から得られた圧縮指数  $C_c$  と膨張指数  $C_r$  を各繰返し回数に対してプロットしたのが 図—5.5 である。 $C_r$  は、繰返し载荷中ほぼ一定のままであるのに対し、 $C_c$  は繰返し回数の増加とともに小さくなり、

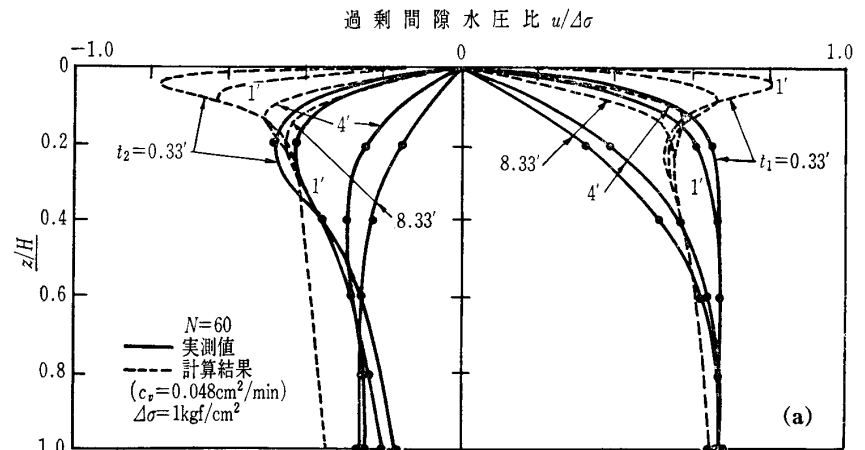
次第に  $C_r$  に漸近している。さらに、これらの繰返し圧密試験データを用いて有限要素法により一次元の圧密沈下の解析を行っている。岩田らの繰返し圧密の実験および解析結果は、同じ大きさの荷重による静的圧密によるよりも大きな沈下量を示している。成田ら<sup>4)</sup> も同様に、载荷時と除荷時の体積圧縮（膨張）係数  $m_L, m_u$  および圧密係数  $c_L, c_u$  をそれぞれ変化させ、 $\lambda_m (=m_L/m_u), \lambda_c (=c_L/c_u)$  をいずれも一定として解析を行った。

陶野ら<sup>5)</sup> は、ある大きさの静荷重により正規圧密状態にある試料に対し繰返し圧密試験を行い、各繰返しサイクルにおける载荷時の塑性圧縮指数  $C_{np}$  を体積ひずみの関数として次式によって表した。

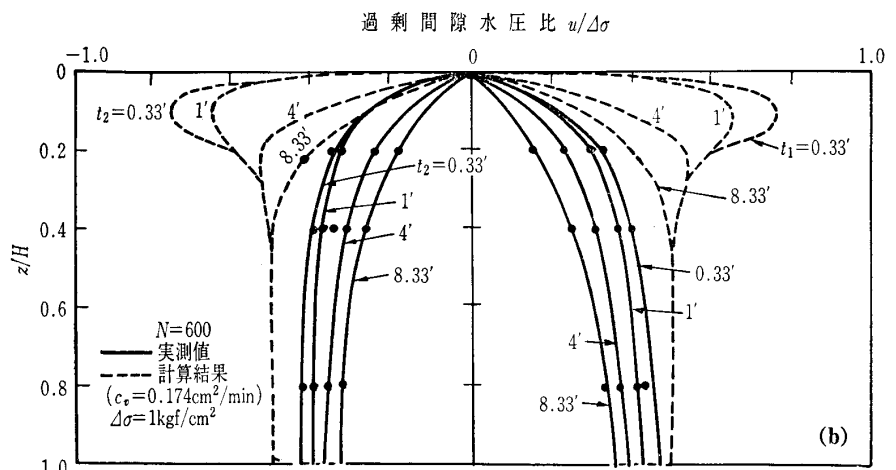
$$C_{np} = \alpha / (\epsilon_{vr0} + \epsilon_{vr})^2 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\epsilon_{vr}, \epsilon_{vr0}$  は残留体積ひずみおよびその初期値、 $\alpha$  は定数である。

土の繰返し圧密研究委員会において、一次元の繰返し圧密における内部間隙水圧の変動や沈下過程を



図—5.6(a)



図—5.6(b) 線形弾性モデルによる解析結果と実測値の比較

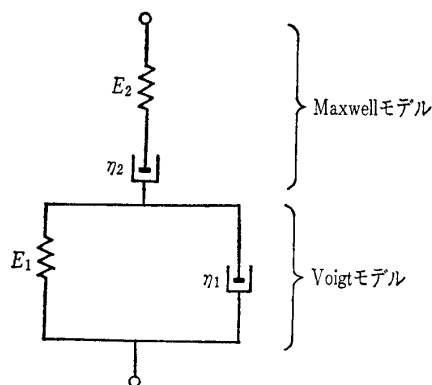


図-5.7 Burger モデル<sup>8)</sup>

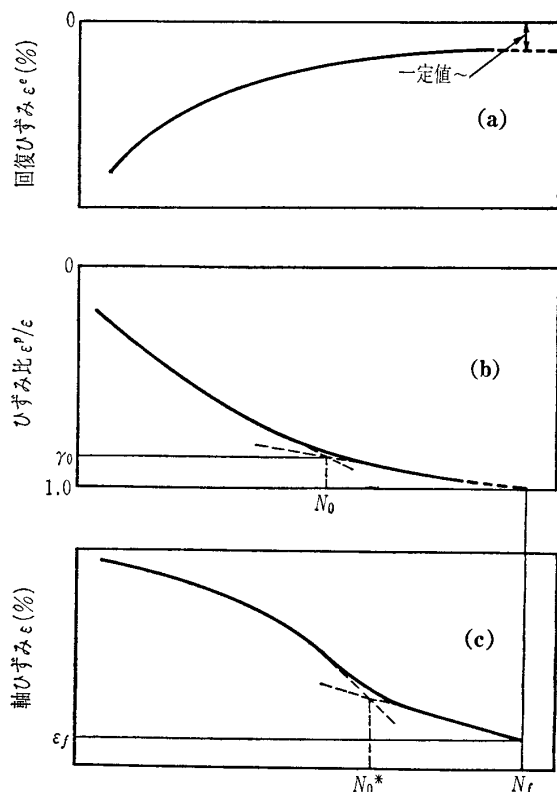


図-5.8 最終ひずみを予測するための模式図<sup>9)</sup>

明確にする目的で、実験と一斉解析が行われた。詳細は、「繰返し応力を受ける地盤の変形に関するシンポジウム」論文集<sup>6)</sup>に示されているので参照されたい。実験は、分割型の層別計測圧密試験機によるものであり、繰返し圧密試験が行われた。以上のモデルの適用性を調べるために解析が行われ、実験結果との比較がなされた。

繰返し圧密時の土中の間隙水圧分布について、図-5.6にWilsonのモデルによる解析結果を実験結果との対応で示す。繰返し荷重は、載荷周期1000秒(載荷期間/除荷期間=1)の矩形波である。載荷回数 $N=60$ 回においては、表層に近い $z/H=0\sim 0.2$ の間の実測値はないものの、全体的な挙動の

傾向は解析において比較的うまくとらえられている。しかし、載荷回数がさらに増加して $N=600$ 回になると解析値は実測値に比べ間隙水圧をやや過大評価する傾向にあることが認められる。

(2) レオロジーモデルと連成させる方法

このタイプのモデルは、交通荷重や振動する機械基礎の軟弱地盤の沈下の問題に対応する目的として、かなり古くから提案されてきた。村山・谷本<sup>7)</sup>は、Terzaghiの圧密方程式に繰返し外力の項を負荷し、さらに粘土骨格の挙動をVoigt(フォークト)要素で表すモデルを作成し、ラプラス変換により解析解を求めた。また、沢田・辻<sup>8)</sup>も同様の考え方で、図-5.7に示されるBurger(バーガー)モデルを、Terzaghi理論と組み合わせて圧密方程式を作成した。これに正弦波の周期外力を加えて、その解を求めている。

これらは、理論的研究が先行する形で行われており、実験や現地計測等による検証は行われていない。

(3) 二次圧密の効果を考慮したモデル

このモデルに属するものとしては、まず沈下曲線の近似曲線を用いた山内・安原らの方法<sup>9)</sup>が挙げられる。山内・安原らは、繰返し荷重を受ける土の最終ひずみ算定のための模式図を図-5.8のように作成して、予測式を誘導している。すなわち、全ひずみ $\epsilon$ が回復性のひずみ $\epsilon^e$ と非回復性のひずみ $\epsilon^p$ の和で表されるものとし、回復性ひずみと全ひずみの比 $\epsilon^e/\epsilon$ が載荷回数の増加に伴って0に漸近して行き、その結果最終的に非回復ひずみ $\epsilon^p$ と全ひずみの比 $\epsilon^p/\epsilon=1.0$ となることが仮定されている。この最終状態の繰返し回数 $N_f$ に相当するひずみを最終ひずみ $\epsilon_f$ と定義し、その定式化を次式のように行っている。

$$\epsilon_f = \frac{b}{\frac{1}{\log N} - a} + \epsilon \frac{1 - \gamma_0}{\dot{\gamma}} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $a, b$ は実験定数、 $\dot{\epsilon}$ は $\epsilon - \log N$ 曲線における直線部分の勾配、 $\gamma_0$ は $N_0$ に相当する $\epsilon^p/\epsilon$ の値、 $\dot{\gamma}$ は $d\gamma/d \log N$ である。さらに安原ら<sup>10)</sup>は、この方法を一次元の繰返し圧密のみならず、排水繰返し三軸試験における軸ひずみの予測にも適用が可能であるとしている。

藤原ら<sup>11)</sup>は、繰返し載荷時の二次圧密成分を考慮

講座

した繰返し圧密沈下量の計算式として、Terzaghi 理論による圧密沈下量と二次圧密沈下量との和で表した次式を提案している。

$$\epsilon_v = U_{av} \frac{C_c + \bar{c}_\alpha}{1 + e_1} \log \left( \frac{p_2}{p_1} \right) + \frac{C_c}{1 + e_2} \log \gamma \left( \frac{t}{t_0} \right)^{R/(1-\lambda)}$$

$$U_{av} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \left[ \frac{e^{\alpha_m'(t_1-t_a)} - e^{\alpha_m'(t-t_a)}}{1 - e^{\alpha_m' t_c}} - \frac{e^{-\alpha_m'(t-t_1)} - e^{-\alpha_m'(t-t_c)}}{1 - e^{\alpha_m' t_c}} + e^{-\alpha_m t} \right]$$

ここに、 $\alpha_m' = c_v(c_0)(M^2/H^2)$ (過圧密時の定数)、 $e_1$ は初期間隙比、 $e_2$ は一次圧密終了時の間隙比、 $p_1$ は初期応力、 $p_2$ は荷重時の応力、 $t_0$ は一次圧密終了時の時間、 $t$ は二次圧密中の経過時間、 $R = c_\alpha/C_c$  ( $c_\alpha$ は二次圧密係数)、 $\bar{c}_\alpha$ は荷重増分比が1.0の時の二次圧密係数、 $\lambda = c_s/C_c$ である。

また、式中  $U_{av}$ として Wilson ら<sup>1)</sup>により求められた平均圧密比が用いられている。上式を用いた予測結果と実測値とを比較したのが図-5.9であり、予測結果は長期にわたって沈下が継続する繰返し圧密試験結果の傾向をうまく表している。

### 5.3 三次元的変形を考慮したモデル

ここで述べるモデルは、繰返し荷重により排水を伴う三次元的変形を対象としたモデルであり、一次元に限定することなくそれ以外の状態における繰返しせん断の影響も含めてより広範な問題への適用を図ったものである。しかし、この問題には極めて複雑な要因が含まれており、これまでに提案されたいくつかのモデルにおいても仮定の部分が多く、今後さらに検討が必要であるものと思われる。これまでに提案されたモデルには、弾塑性、弾粘塑性理論による方法、部分排水状態での繰返しせん断の概念を取り入れた方法などがある。以下それぞれについて述べる。

#### (1) 弾塑性、弾粘塑性モデル

これまで提案されている粘土の繰

返し荷重に対するこの種のモデル<sup>12)</sup>は、一般に非排水状態を対象としているが、静的圧密における荷重とリバウンドの繰返しの問題には適用できるし、さらには排水境界との組み合わせにより部分的排水状態にもある程度は対応できる。しかし、数千あるいは数万回にもおよぶ繰返し荷重を伴う粘土の変形を複雑な構成式で解くことは実用上不可能と考えられる。このような問題を克服するために、繰返し荷重時の複雑な降伏関数等の決定を行うことを省いた簡易なモデルが提案されているので、ここではそれらを取り上げる。

落合ら<sup>13), 14)</sup>は、カムクレイモデルを利用して、繰返し荷重を荷重回数に応じた静的等価応力に置き換える方法を提案し、繰返しせん断の評価も含めて取り扱う方法について述べている。図-5.10は等方応力の繰返し荷重に対する繰返し圧密の考え方を示したものであり、繰返し応力  $\Delta p$ が  $N$ 回作用したとき

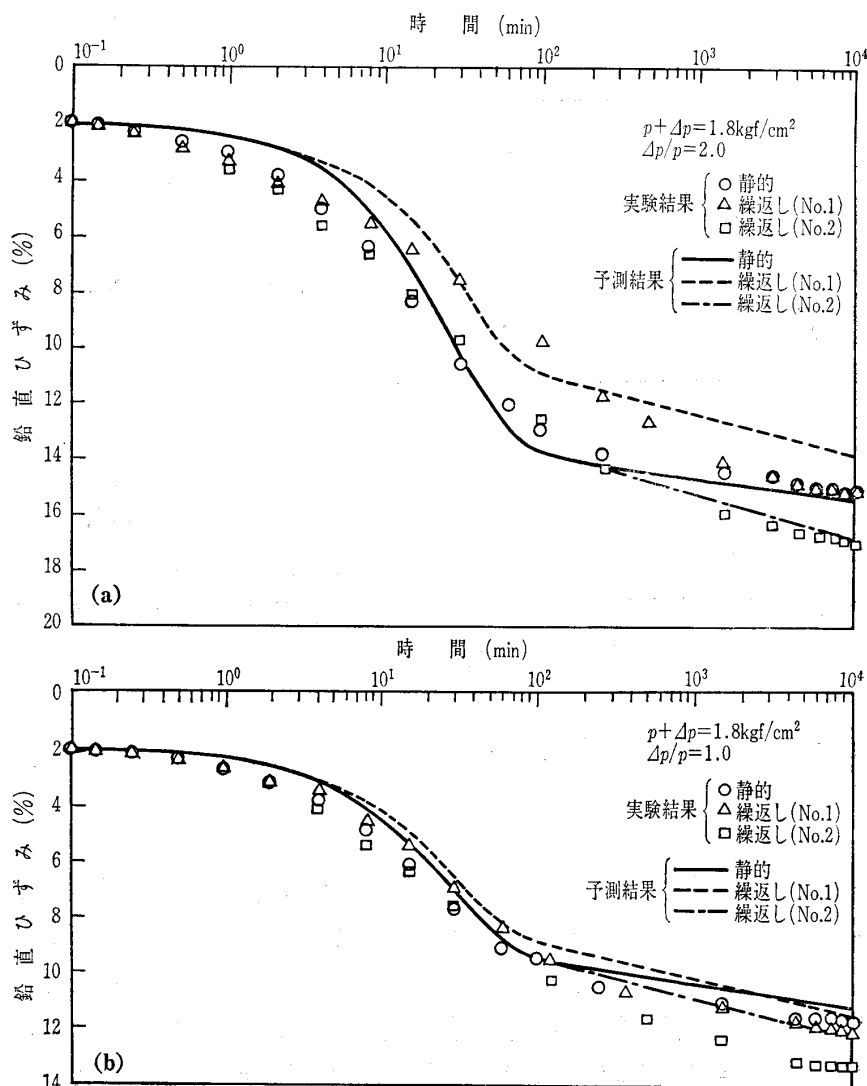
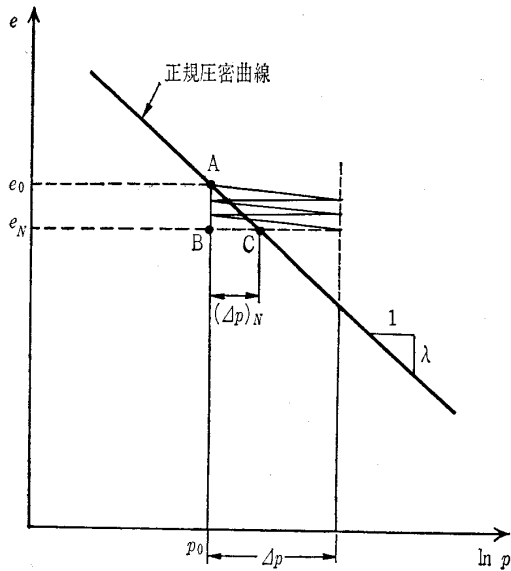
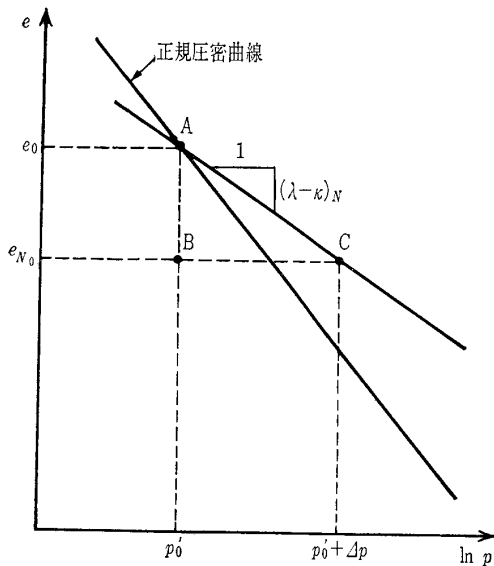


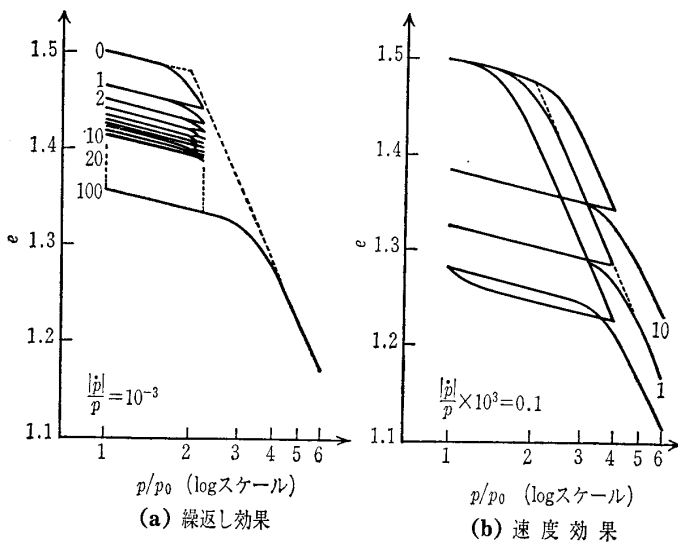
図-5.9 繰返し圧密試験結果と予測結果の比較<sup>11)</sup>



図—5.10 等価応力  $(\Delta p)_N$  の概念



図—5.11  $(\lambda - \kappa)_N$  の決定方法<sup>14)</sup>



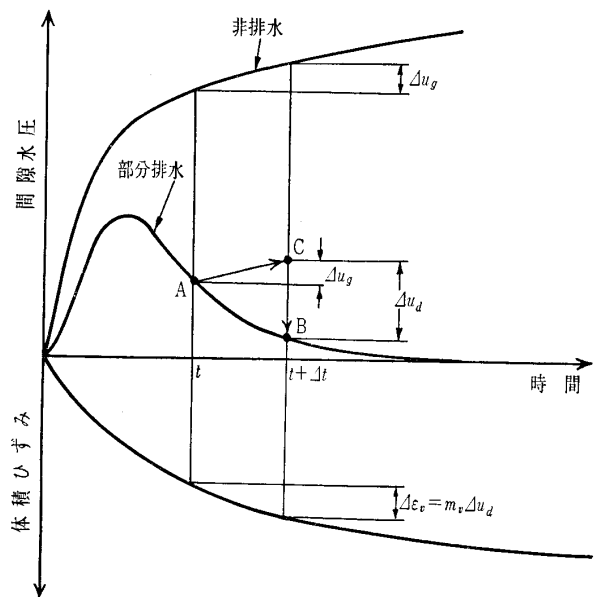
図—5.12 繰返し等方圧密の計算結果<sup>15)</sup>

の静的等価応力を  $(\Delta p)_N$  と定義している。さらに、繰返し载荷による圧密変形を評価するために、図—5.11に示す繰返し回数ごとに变化するパラメーター  $(\lambda - \kappa)_N$  も提案している。このパラメーターは、図に示されるように、 $p_0$  なる初期応力状態から応力増分  $\Delta p$  が  $N$  回作用した後の間隙比変化  $e_{N0} - e_0$  を表すものとなっている。

松井<sup>15)</sup>は、繰返し圧密モデルとして関口・太田の弾粘塑性モデルを基に、疑似負荷状態と疑似除荷状態のポテンシャル関数を定義することにより繰返し効果および時間効果を取り込んだ構成則の作成に成功している。図—5.12 (a), (b) は同モデルを用いた計算結果の一例を示すものである。図(a)は繰返し回数の増加に伴って体積ひずみ増分比は減少し疑似過圧密効果が表現されている。また、このモデルでは図(b)に示すように速度効果を表現することが可能である。

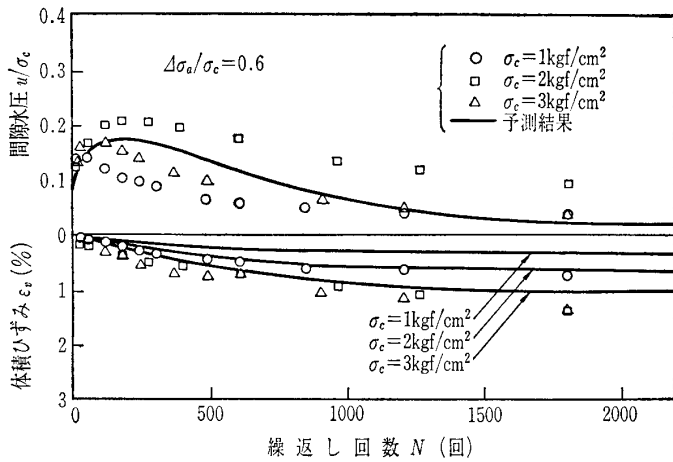
(2) 部分排水繰返しせん断の概念を取り入れたモデル

兵動ら<sup>16)</sup>は、長期にわたり繰返しせん断を受ける粘土の部分排水を伴う間隙水圧と体積ひずみの変化過程を表すモデルとして、図—5.13の概念を示した。図中、非排水繰返し载荷による残留間隙水圧が上部の曲線で与えられ、間隙水圧の一部消散を伴う結果としての部分排水時の間隙水圧が中央部の曲線で与えられている。ここで、任意の時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  ま



図—5.13 部分排水繰返しせん断時の間隙水圧と体積ひずみの変化過程の模式図<sup>16)</sup>

講 座



図—5.14 部分排水繰返しせん断による間隙水圧と体積ひずみの実験結果と予測結果<sup>16)</sup>

での間隙水圧の経路は、同時刻の非排水繰返しせん断による発生成分  $\Delta u_g$  と消散成分  $\Delta u_d$  のそれぞれの経路を重ねた  $A \rightarrow C \rightarrow B$  をたどるものと仮定されている。また、その間の体積ひずみ増分  $\Delta \epsilon_v$  は間隙水圧消散量  $\Delta u_d$  と体積圧縮係数  $m_v$  の積により  $\Delta \epsilon_v = m_v \Delta u_d$  としており、時間的な体積ひずみの累積が下部の曲線により示されている。その解析には、Terzaghi 型の圧密方程式を基にした次式が用いられた。

$$\left\{ \{ \sigma \}^T \{ k \} \sigma \frac{u}{\gamma_w} \right\} = m_v \left( \frac{\partial u}{\partial t} - \varphi \right) \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 $\varphi$  は非排水繰返しせん断による単位時間当たりの間隙水圧発生分であり、次式のような指数関数でもって与えた。また、 $m_v$ 、 $k$  は非排水繰返しせん断後の再圧密による実測結果から求めることを提案している。

$$\begin{aligned} \varphi &= \partial u_g / \partial t \\ &= 0.043 \sigma_c (\Delta \sigma_a / \sigma_c)^{1.418} (\log 10 N)^{0.535} (f/N) \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 $\Delta \sigma_a$  は繰返し軸応力振幅、 $\sigma_c$  は初期圧密圧、 $f$  は繰返しせん断の周波数である。

これらの関係式を用いて、繰返し三軸圧縮試験における三軸粘土供試体を対象に FEM 解析を行っている。図—5.14 に供試体中心部における間隙水圧と供試体の体積ひずみの時間的な変化に関する予測および実験結果の比較例を示す。このような簡易なモデルではあるが、予測および実測結果は良好な対応を示している。

参 考 文 献

- 1) Wilson, N. E. and Elgohary, M. M. : Consolidation of soils under cyclic loading, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, pp. 420~423, 1974.
- 2) Baligh, M. M. and Levadoux, J. N. : Consolidation theory for cyclic loading, Proc. ASCE, Vol. 104, No. GT 4, pp. 415~431, 1978.
- 3) 岩田 敏・陶野郁男・桑原文夫 : 新潟県六日町における消雪用揚水に伴う地盤沈下とその解析, 土と基礎, Vol. 34, No. 11, pp. 19~24, 1986.
- 4) 成田国朝・奥村哲夫・山口伯樹 : 変動するタンク荷重下での圧密挙動, 第21回土質工学研究発表会講演概要集, pp. 1273~1274, 1986.
- 5) 陶野郁男・岩田 敏・桑原文夫・社本康広 : 繰返し応力履歴を受けた粘性土の圧縮性状, 第32回土質工学シンポジウム論文集, pp. 85~90, 1986.
- 6) 松田 博・坂井 晃・林 重徳・梅崎健夫・森脇武夫・安原一哉 : 繰返し圧密の統一試験とその解析に関する報告, 繰返し応力を受ける地盤の変形に関するシンポジウム発表論文集, pp. 1~6, 1990.
- 7) 村山朔郎・谷本喜一 : 粘土層の振動圧密の理論, 土木学会論文集, 第19号, pp. 12~15, 1954.
- 8) 沢田敏男・辻 誠一 : 振動荷重による飽和土の圧密に関する理論的研究, 農業土木学会論文集, 第33号, pp. 76~79, 1970.
- 9) 山内豊聰・安原一哉・平尾和年 : 交通荷重による低盛土道路の沈下量の近似計算法, 舗装, Vol. 13, No. 11, pp. 23~26, 1978.
- 10) Yasuhara, K., Hirao, K. and Aoto, H. : A simplified strain-time relation for soils subjected to repeated loads, Proc. Int. Symp. on Soils under Cyclic and Transient Loading, pp. 791~800, 1980.
- 11) Fujiwara, H., Ue, S. and Yasuhara, K. : Secondary compression of clay under repeated loading, Soils and Foundations, Vol. 27, No. 2, pp. 21~30, 1987.
- 12) Mroz, Z., Norris, V. A. and Zienkiewicz, O. C. : An anisotropic, critical state model for soils subjected to cyclic loading, Geotechnique, Vol. 31, No. 4, pp. 451~469, 1981.
- 13) 落合英俊・林 重徳・久保 明・松本江基・坂井 晃 : 繰返し荷重を受ける飽和粘土の変形挙動に関する一考察, 第31回土質工学シンポジウム論文集, pp. 23~26, 1986.
- 14) 落合英俊・坂井 晃・林 重徳・松本江基・兵動正幸 : 粘土の繰返し圧密特性と変形解析への適用, 第21回土質工学研究発表会講演集, pp. 217~218, 1986.
- 15) Matsui, M. : A constitutive model for cyclic viscoplasticity of soils, Soils and Foundations, Vol. 28, No. 4, 1988.
- 16) 兵動正幸・安原一哉・村田秀一・平尾和年 : 長期繰返しせん断を受ける粘土の間隙水圧および変形予測, 土木学会論文集, 第400号/Ⅲ-10, pp.151~160, 1988.