Rep. Fac. Sci. Engrg.
Saga Univ.
32-1 (2003)

Reports of the Faculty of Science and Engineering,
Saga University, Vol. 32, No.1, 2003

結合集中定数伝送線路における Rabi 振動

遠藤　隆*，高松　力**，森　健一**，豊島耕一*，平良　豊*

Rabi Oscillations between Coupled Lumped Constant Transmission Lines

By
Takasi ENDO, Chikara TAKAMATSU, Ken'ichi MORI, Kouichi TOYOSHIMA, Yutaka HIRAYOSHI

Abstract: Coupled LC circuits show Rabi oscillations. Rabi oscillations in two-level quantum systems are simulated by coupled lumped constant transmission lines.

Key words: quantum-like system, two-level system, Rabi oscillation

１．は じ め に

二つのモードが結合すると，モード間で周期的なエネルギー交換が起きる。このよう現象はありふれたものであり，連成振動する二つの振り子や，結合した LC 共振回路などがよく知られている。量子力学においても，２準位原子系を共鳴電磁波で駆動すると Rabi 振動が起きる。

最近，量子力学における重ね合わせの原理とエンタングルメントを利用した量子コンピュータの研究が盛んである[1]。単一の量子系で量子コンピュータを構成することは技術的に難しいので，光導波路や NMR などを利用した開発が先行している。少なくとも重ね合わせの原理は，線形な波動現象一般で成立している原理なので，古典的な系によって量子系を部分的にシミュレーションすることが可能である。このシミュレーションによって，エンタングルメントを含まない量子現象については再現することが可能である。

我々は，量子力学を古典的な線形回路でシミュレーションすることを目指し，まず Rabi 振動を LC 集中定数伝送路を結合させて観測した。

図１(a)のような二つの同じ LC 共振回路を考える。もし二つのコイルの間に相互インダクタンス M の相互誘導があれば，二つの共振回路が結合する。（その場合の等価回路は図１(b)になる。）そのため，一方の共振回路の電気振動を励起すると，ある周期で他方の共振回路に完全にエネルギーが移動することが知られている。これを量子系の Rabi 振動のシミュレーションとみなすことが可能である。しかし，共振回路の Q 値が低い場合，減衰があるので，時間的な振動の変動を観測することは難しい。そこで我々は等価な空間的な変動に置き換えて観測した。

二つの伝送線路を結合させると，Rabi 振動に類似した現象が空間的な変動として観測できることが知られている。二つの光ファイバなどの光導波路を結合させると，一方の導波路に入れた光が他方に移り，一定の空間的周期で入れ替わる[2]。またマイクロ波などの導波路においても，結合によって生じる現象が詳細に調べられている[3]。

最近，光ファイバの結合によって量子計算を実現することが試みられている[4]。これは光学素子を組み合わせる方法よりもコンパクトで安定した実験が行えるという利点がある。しかし光がファイバ中に閉じこめられているために，様々な量子演算を行うには，ファイバ外の他の光学素子と結合させる必要がある。またファイバは分布定数導波路であるから，反射が生じないように注意する必要がある。

我々は，光のかわりに周波数の低い電気振動を用いることを考えた。システムのサイズや製作の容易さを考えると，マイクロ波程度の電磁波が望ましいが，測定装置類が高価なものになる。低周波の電気振動を用いると回路は簡単に製作できるが，波長が

平成 15 年 6 月 1 日受理
*理工学部物理科学科
**工学系研究科物理科学専攻

長くなり，システムのサイズが大きくなってしまう。そこで，分布定数回路ではなく，集中定数回路を用いることにした。

集中定数回路を用いることで，低い周波数を用いながら小さなサイズの伝送線路で実験を行うことができた。

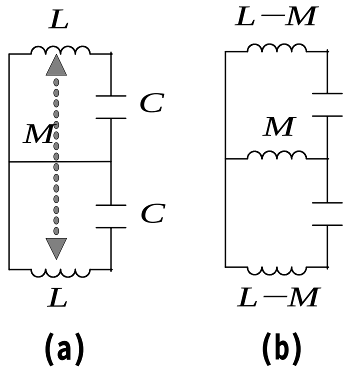

Fig.1 Coupled LC resonators

2．量　子　類　似　系

まず，古典的な波動によって量子力学のシミュレーションが実現できる条件を調べておく。

波動方程式にある種の近似を行うと，Schrödinger 方程式と同じ形式の方程式が得られることが知られている[5]。したがって量子力学的な現象を古典的な波動でシミュレーションすることが可能になる。このような系を，量子類似系（quantum-like system）と言う[6]。

一般に，３次元空間における波動 E は，次のような方程式で表される。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E=\frac{n(x,y,z)^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E \tag{2.1}$$

ここで n は n_0 のまわりで緩慢に変動する屈折率である。n_0 は z 方向にのみ緩慢に変動するものとする。（緩慢というのは，波長に比べて長い空間スケールで変化するということである。）この解を緩慢変動複素包絡線 $\varphi(x,y,z)$ を用いて表すと，次のようになる。

$$E(x,y,z,t) = \varphi(x,y,z)\exp(\mathrm{i}\omega t)\exp\left(-\frac{2\pi\mathrm{i}\int_0^z n_0(\zeta)\mathrm{d}\zeta}{\lambda}\right) \tag{2.2}$$

そうすると，波動方程式は，

$$\mathrm{i}\lambda\frac{\partial}{\partial z}\varphi = -\frac{\lambda^2}{4\pi n_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi+\frac{\pi}{n_0}\left(n_0{}^2-n^2\right)\varphi \tag{2.3}$$

この方程式は，波長 λをプランク定数，z を時間とみなすと２次元の Schrödinger 方程式と同じ形式になっている。特に波動が電磁波である場合は，光子の運動量 $p=h/\lambda$を用いると，

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi+U\varphi \tag{2.4}$$

と記述することができる。ただし

$$\tau=n_0\frac{z}{c} \tag{2.5}$$

$$m=n_0{}^2\frac{p}{c} \tag{2.6}$$

$$U(x,y,\tau)=\frac{1}{2}\hbar\omega\left(1-\frac{n(x,y)^2}{n_0(\tau)^2}\right) \tag{2.7}$$

である。

このように，z 軸を時間軸とみなせば，3 次元の波動によって 2 次元の量子力学を記述することができる。その際，屈折率 n の xy 面における変化が２次元のポテンシャルに相当する。一般に N 次元の波動によって(N-1)次元の量子力学を記述することができる。

したがって N=1 すなわち１次元の波動を用いると，0 次元の量子力学が記述できる。Rabi 振動は，0 次元の量子状態 2 個の間で起きる現象であるから，1 次元の波動モードを二つ用いれば記述することができるはずである。

3．分　布　定　数　伝　送　線　路　の　結　合

三つの平行導線 U，V，W が二つの伝送線路 UW と VW を構成している場合を考える。U と V は単位長さ当たり(l-m)のインダクタンスを持ち，W との間に単位長さ当たり c のキャパシタンスを持っているとする。二つの伝送線路は共通の導線 W が単位長さ当たり m のインダクタンスを持っていることによって結合している。簡単のため UV 間のキャパシタンスと相互インダクタンスは無いものとする。

伝送線路は座標 z=0 に始まり，z 方向に無限に長いものとする。z=0 に角振動数 ωの交流信号を入力する。無限に長いと考えたので，z の正の方向に伝

搬する信号のみを考え，反射波は考えなくてよい。

U 及び V に流れる交流電流の複素振幅を $I(z)$及び $J(z)$とし，W を基準とする交流電圧の複素振幅を $U(z)$, $V(z)$とする。これらが満たすべき方程式は次のようになる。

$$-\frac{\partial}{\partial z} I(z) = \mathrm{i}\omega c \cdot U(z) \tag{3.1a}$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} J(z) = \mathrm{i}\omega c \cdot V(z) \tag{3.1b}$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} U(z) = \mathrm{i}\omega l \cdot I(z) + \mathrm{i}\omega m \cdot J(z) \tag{3.1c}$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} V(z) = \mathrm{i}\omega l \cdot J(z) + \mathrm{i}\omega m \cdot I(z) \tag{3.1d}$$

これらの式から，$I(z)$，$J(z)$を消去すると，

$$-\frac{\partial^2}{\partial z^2} U(z) = -\beta^2 U(z) - \mu^2 V(z) \tag{3.2a}$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial z^2} V(z) = -\beta^2 V(z) - \mu^2 U(z) \tag{3.2b}$$

となる。ここで，

$$\beta = \omega\sqrt{lc} \tag{3.3}$$

$$\mu = \omega\sqrt{mc} \tag{3.4}$$

である。

次に緩慢変動成分を分離するために，

$$U(z) = u(z)\exp(\mathrm{i}\beta z) \tag{3.5a}$$

$$V(z) = v(z)\exp(\mathrm{i}\beta z) \tag{3.5b}$$

と置くと，次のように u と v に関する方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} u(z) + 2\mathrm{i}\beta \frac{\partial}{\partial z} u(z) = -\mu^2 v(z) \tag{3.6a}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} v(z) + 2\mathrm{i}\beta \frac{\partial}{\partial z} v(z) = -\mu^2 u(z) \tag{3.6b}$$

ここで前節で行ったように u と v の変動が緩慢であるとして $\frac{\partial^2}{\partial z^2} u(z)$ 及び $\frac{\partial^2}{\partial z^2} v(z)$ を無視すると，

$$2\mathrm{i}\beta \frac{\partial}{\partial z} u(z) = -\mu^2 v(z) \tag{3.7a}$$

$$2\mathrm{i}\beta \frac{\partial}{\partial z} v(z) = -\mu^2 u(z) \tag{3.7b}$$

となる。ここで

$$\chi = \frac{\mu^2}{\beta} \tag{3.8}$$

と置いてやると，

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial z} u(z) = -\frac{1}{2}\chi v(z) \tag{3.9a}$$

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial z} v(z) = -\frac{1}{2}\chi u(z) \tag{3.9b}$$

となる。

この方程式は，二準位原子の Rabi 振動の方程式

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t} a(t) = -\frac{1}{2}\Omega b(t) \tag{3.10a}$$

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t} b(t) = -\frac{1}{2}\Omega a(t) \tag{3.10b}$$

と同じ形をしている。ここで a, b は二準位の確率振幅であり，Ωは Rabi 角振動数である。そこで，時間 t を空間座標 z，Ωを χに対応させれば，u，v が z 軸上で空間的に振動することがわかる。すなわち時間的な Rabi 振動を伝送線路上で包絡線の空間的な振動として観測することができる。

空間的 Rabi 振動の周期，すなわち波長は，時間的な Rabi 振動の周期が $2\pi/\Omega$で与えられるので，

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{\lambda}{\kappa} \tag{3.11}$$

となる。ただし，

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \tag{3.12}$$

は伝送線路を伝搬する信号の波長であり，

$$\kappa = \frac{m}{l} \tag{3.13}$$

は二つの伝送線路の結合の大きさを表す無次元のパラメータである。このことから，κが十分に小さければ，言い換えれば $m \ll l$ であれば，元の波長よりも長い空間的 Rabi 振動周期を観測することができることになる。

波長 1m の高周波信号を用いた場合，空間的 Rabi 振動を観測するためには $1/\kappa \gg 1\mathrm{m}$ の伝送線路が必要になる。逆に 1m 程度の伝送線路で観測するためには，用いる波長は $1\mathrm{m} \times \kappa \ll 1\mathrm{m}$ となり，高い周波数の信号を用いなければならなくなる。光やマイク

ロ波を用いれば波長は十分に短く，全体も小型にできるが，伝送線路として精密な導波路を用意しなければならない。

そこで，LC 集中定数回路によって伝送線路を構成することを考えた。この場合は，周波数を低くしても小型にできる。ただし，連続的に変動する Rabi 振動を離散点で観測することになる。また周波数が遮断周波数以下であってもインピーダンスが周波数依存性を持つことになる。したがって複数の周波数成分を持つ信号を入力すると，一般的にインピーダンス整合条件を満たすことはできなくなる。

4．集 中 定 数 伝 送 線 路 の 結 合

図２のような LC 集中定数回路を考える。M が 0 の場合は，UW と VW が独立な二つの LC 伝送線路となる。このような回路は，図３のような単位回路を無限に繰り返したものになっている。単位回路に左から k=0, 1, 2, 3, …と番号を付す。

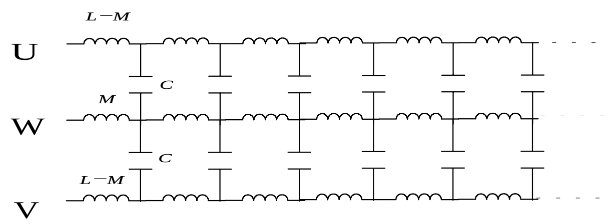

Fig.2 Coupled LC transmission lines

k 番目の単位回路において，左側の U の入力ポートの電位をU_k+W_k，V の電位をV_k+W_k，W の電位をW_kとする。また U，V，W に左から流れ込む電流をそれぞれI_k，J_k，K_kとする。そうすると，右側の電位は，U の電位が$U_{k+1}+W_{k+1}$，V の電位が$V_{k+1}+W_{k+1}$，W の電位がW_{k+1}となる。また U，V，W から右に流れ出す電流はそれぞれI_{k+1}，J_{k+1}，K_{k+1}となる。したがって，

$$U_{k+1}+W_{k+1} = U_k+W_k - \mathrm{i}\omega(L-M)I_k \qquad (4.1\mathrm{a})$$
$$V_{k+1}+W_{k+1} = V_k+W_k - \mathrm{i}\omega(L-M)J_k \qquad (4.1\mathrm{b})$$
$$W_{k+1}=W_k-\mathrm{i}\omega MK_k \qquad (4.1\mathrm{c})$$
$$I_{k+1}=I_k-\mathrm{i}\omega CU_{k+1} \qquad (4.1\mathrm{d})$$
$$J_{k+1}=J_k-\mathrm{i}\omega CV_{k+1} \qquad (4.1\mathrm{e})$$
$$K_{k+1}=K_k+\mathrm{i}\omega C\left(U_{k+1}+V_{k+1}\right) \qquad (4.1\mathrm{d})$$

となる。これらの関係より W と K を消すと，

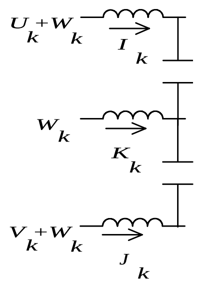

Fig.3 Unit circuit

$$U_{k+1}=U_k-\mathrm{i}\omega LI_k-\mathrm{i}\omega MJ_k \qquad (4.2\mathrm{a})$$
$$V_{k+1}=V_k-\mathrm{i}\omega LJ_k-\mathrm{i}\omega MI_k \qquad (4.2\mathrm{b})$$
$$I_{k+1}=I_k-\mathrm{i}\omega CU_{k+1} \qquad (4.2\mathrm{c})$$
$$J_{k+1}=J_k-\mathrm{i}\omega CV_{k+1} \qquad (4.2\mathrm{d})$$

となる。さらに式(4.2c)と(4.2d)の中にある(k+1)番目の電位を k 番目の電位で置き換えれば，

$$U_{k+1}=U_k-\mathrm{i}\omega LI_k-\mathrm{i}\omega MJ_k \qquad (4.3\mathrm{a})$$
$$V_{k+1}=V_k-\mathrm{i}\omega LJ_k-\mathrm{i}\omega MI_k \qquad (4.3\mathrm{b})$$
$$I_{k+1} = \left(1-\omega^2LC\right)I_k - \mathrm{i}\omega CU_k - \omega^2MCJ_k \qquad (4.3\mathrm{c})$$
$$J_{k+1} = \left(1-\omega^2LC\right)J_k - \mathrm{i}\omega CV_k - \omega^2MCI_k \qquad (4.3\mathrm{d})$$

となる。

5．一　般　解

この連立方程式は，(k+1)番目の電位と電流が全て k 番目の電位と電流で与えられているので，初期条件を与えれば解くことができる。しかし，たとえば 0 番目の電位を与えれば 0 番目の電流は決まるはずであるから，電位と電流を独立に与えることはできない。したがって初期条件を決めるためには，結局，全段について整合性を持った解を探さなければならないことになる。そのためには，まず入力インピーダンスを求め，それを用いて入力電流を決定すればよい。

図２の回路は，U の線路と V の線路が結合した線形回路であるから，U と V に関して対称な解と反対称な解を求めれば，一般の解は対称解と反対称解の重ね合わせで表すことができる。そこで，対称解と反対称解を求めることにする。

対称解とは，

$$V_k = U_k \qquad (5.1\mathrm{a})$$
$$J_k = I_k \qquad (5.1\mathrm{b})$$

となる解である。この条件を付加すると，解くべき漸化式は V の電流と電圧が消去できて，

$$U_{k+1} = U_k - \mathrm{i}\omega(L+M)I_k \tag{5.2a}$$
$$I_{k+1} = \left(1-\omega^2(L+M)C\right)I_k - \mathrm{i}\omega C U_k \tag{5.2b}$$

となる。これは 2 変数の漸化式であって，簡単に解くことができる。

しかし，この方程式は，図 4 のようなインダクタンス$(L{+}M)$とキャパシタンス C によって構成した一つの伝送線路の場合と等価になっている。この場合の入力インピーダンスは，

$$Z_+ = \mathrm{i}\,\frac{\omega(L+M)}{2} + \sqrt{\frac{L+M}{C} - \frac{\omega^2(L+M)^2}{4}} \tag{5.3}$$

となることが知られている。

同様に，反対称解は，

$$V_k = -U_k \tag{5.4a}$$
$$J_k = -I_k \tag{5.4b}$$

となる解である。この条件を付加すると，解くべき漸化式は V の電流と電圧が消去できて，

$$U_{k+1} = U_k - \mathrm{i}\omega(L-M)I_k \tag{5.5a}$$
$$I_{k+1} = \left(1-\omega^2(L-M)C\right)I_k - \mathrm{i}\omega C U_k \tag{5.5b}$$

となる。

この方程式は，図 4 のようなインダクタンス$(L{-}M)$とキャパシタンス C によって構成した一つの伝送線路の場合と等価になっている。したがってこの場合の入力インピーダンスは，

$$Z_- = \mathrm{i}\,\frac{\omega(L-M)}{2} + \sqrt{\frac{L-M}{C} - \frac{\omega^2(L-M)^2}{4}} \tag{5.6}$$

となる。

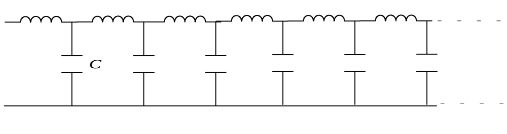

Fig.4 Equivalent transmission line

以上のことから対称解と反対称解の入力インピーダンスは，

$$Z_\pm = \sqrt{\frac{L\pm M}{C}}\exp(\mathrm{i}\theta_\pm) \tag{5.7}$$

と表すことができる。ただし，

$$\tan\theta_\pm = \frac{\omega(L\pm M)}{\sqrt{\dfrac{4(L\pm M)}{C} - \omega^2(L\pm M)^2}} \tag{5.8}$$

である。対称解と反対称解の遮断周波数は，

$$\omega_\pm = \frac{2}{\sqrt{(L\pm M)C}} \tag{5.9}$$

で与えられる。

図 4 のような伝送線路では，各段の電位が次式で与えられる。

$$U_{k\pm} = \exp(-\mathrm{i}k\,\alpha_\pm)U_{0\pm} \tag{5.10}$$

ただし，

$$\alpha_\pm = 2\tan^{-1}\left(\frac{n\sqrt{1\pm\kappa}}{\sqrt{4-n^2\mp n^2\kappa}}\right) \tag{5.11}$$

である。ここで，

$$n = \omega\sqrt{LC} \tag{5.12}$$

は周波数を規格化した無次元のパラメータで 0 から 2 の間の値を取り，

$$\kappa = \frac{M}{L} \tag{5.13}$$

は結合の強さを表す無次元のパラメータで 0 と 1 の間の値を取る。

対称解及び反対称解の場合の V の線路の各段の電位は，

$$V_{k\pm} = \pm\exp(-\mathrm{i}k\,\alpha_\pm)U_{0\pm} \tag{5.14}$$

となる。

式(5.10)と(5.14)は，対称解と反対称解に対して異なる位相シフトを与えている。これは，量子力学において，固有状態に対してユニタリ変換が位相シフトを与えることと同じである。

以上で対称解と反対称解の各段の電位が得られた。電流は電位から求めることができる。

対称でも反対称でもない一般的な条件の解は，対称解と反対称解を組み合わせれば得られる。初段の電位がU_0とV_0の場合，初段の電位が$(U_0 + V_0)/2$の対称解と$(U_0 - V_0)/2$の反対称解を同時に入力すれば得られる。線形回路では，対称解と反対称解は独立に伝搬するので，各段の電位は，対称解と反対称解を加算すればよい。

６．Rabi 振　動　解

Rabi 振動，すなわち一方の伝送線路から入力した波動が結合している二つの伝送線路を交互に伝搬する現象を観測する場合，初期条件は，

$$U_0 \neq 0 \tag{6.1a}$$

$$V_0 = 0 \tag{6.1b}$$

としてやればよい。これは U の線路に波動を入力することに相当する。この条件を満たすためには，初期値が$U_0/2$の対称解と反対称解を重ねればよい。

そうすると，各段の電位は，

$$U_k = \frac{1}{2}U_0(\exp(-\mathrm{i}k\alpha_+) + \exp(-\mathrm{i}k\alpha_-)) \tag{6.2a}$$

$$V_k = \frac{1}{2}U_0(\exp(-\mathrm{i}k\alpha_+) - \exp(-\mathrm{i}k\alpha_-)) \tag{6.2b}$$

となる。

伝送線路上の強度分布は，

$$|U_k|^2 = \frac{1}{2}|U_0|^2(1 + \cos(k\Delta\alpha)) \tag{6.3a}$$

$$|V_k|^2 = \frac{1}{2}|U_0|^2(1 - \cos(k\Delta\alpha)) \tag{6.3b}$$

となる。ただし，

$$\Delta\alpha = \alpha_+ - \alpha_- \tag{6.4}$$

である。

強度分布の式は空間的な振動を表しており，k を時間軸上のサンプリング点だとみなせば，まさに Rabi 振動と同じになっていることがわかる。その振動の空間的周期は

$$N = \frac{2\pi}{\Delta\alpha} \tag{6.5}$$

となる。すなわち，空間的な強度の振動は，N 段ごとに繰り返す。N を無次元パラメータの n と κで表すと

$$N = \frac{\pi}{\tan^{-1}\left(\dfrac{n\sqrt{1+\kappa}}{\sqrt{4 - n^2 - n^2\kappa}}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{n\sqrt{1-\kappa}}{\sqrt{4 - n^2 + n^2\kappa}}\right)} \tag{6.6}$$

となる。

７．実　験

以上の理論を実証するために実験を行った。

インダクタ$(L\text{-}M)$及び M として同じ 100 μH のコイル（Q 値は 100 程度）を用いた。したがって L は 200 μH ということになる。コイルのインダクタンスは 10%可変であり，インピーダンスメータによって 1%以内の精度で 100 μH になるように調節した。キャパシタンス C としては，10nF（精度 2%）のポリプロピレンコンデンサの中から誤差 1%以内のコンデンサを選択して用いた。遮断周波数は 225kHz になるので，n=1 になる周波数は，その半分の 113kHz である。113kHz で振幅 0.25V の高周波信号を UW 間に入力し，VW 間は短絡して 0V とした。

回路の段数は 26 段とした。最終段にはダミーとして対称解と反対称解の双方に対して同じインピーダンスを持つ終端回路を接続した。

集中定数伝送線路の場合，分布定数伝送線路と異なってインピーダンスは純粋な抵抗とはならない。そこで図５のような終端回路を考える。

この終端回路は，対称解と反対称解に対して，それぞれ

$$Z_\pm = Z_1 \pm Z_2 \tag{7.1}$$

というインピーダンスを持つ。これは，

$$Z_\pm = \mathrm{i}\omega\frac{L \pm M}{2} + \sqrt{\frac{L \pm M}{C} - \omega^2\left(\frac{L \pm M}{2}\right)^2} \tag{7.2}$$

に等しいときに一般解に対して整合条件を満たす。したがって L=2M，n=1 の場合，

$$Z_1 - Z_2 = \mathrm{i}\omega\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{7}{8}}\sqrt{\frac{M}{C}} \tag{7.3}$$

となる。また

$$Z_2 = \frac{Z_+ - Z_-}{2} = \mathrm{i}\omega\frac{M}{2} + \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{15}{8}} - \sqrt{\frac{7}{8}}\right)\sqrt{\frac{M}{C}} \tag{7.4}$$

となる。

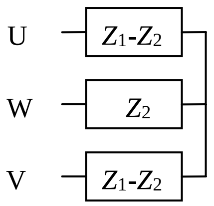

Fig.5 Termination

実験で用いた条件では,

$$Z_1 - Z_2 = \mathrm{i}\omega \times 50\mu\mathrm{H} + 93.5\Omega \tag{7.5}$$
$$Z_2 = \mathrm{i}\omega \times 50\mu\mathrm{H} + 21.7\Omega \tag{7.6}$$

となる。そこで，U と V の側に 50 μH のコイル（M に用いたコイルを２個並列に接続）と 93.5 Ωの抵抗（半固定抵抗）を直列につなぎ，W の側は 50 μH のコイルと 21.7Ωの抵抗を直列につないだ。

各段の信号強度は，交流電圧計で実効値を測定し，その結果を自乗して求めた。

８．結 果 及 び 解 析

図６に測定結果を示す。○が U 側の k=1 から 26 までの信号強度であり，●が V の信号強度を表している。図の曲線は次の理論曲線を N と γをパラメータとして最小自乗法でフィッティングしたものである。

$$\frac{|U_k|^2}{|U_0|^2} = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)\right)\exp(-\gamma k) \tag{8.1a}$$
$$\frac{|V_k|^2}{|U_0|^2} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)\right)\exp(-\gamma k) \tag{8.1b}$$

フィッティングの結果,

$$N = 10.5 \tag{8.2}$$
$$\gamma^{-1} = 30 \tag{8.3}$$

という値が得られた。フィッティングした曲線に指数関数的な減衰因子を入れたのは，図７に示すように，伝送線路を信号が伝搬する際に減衰が起きているためである。

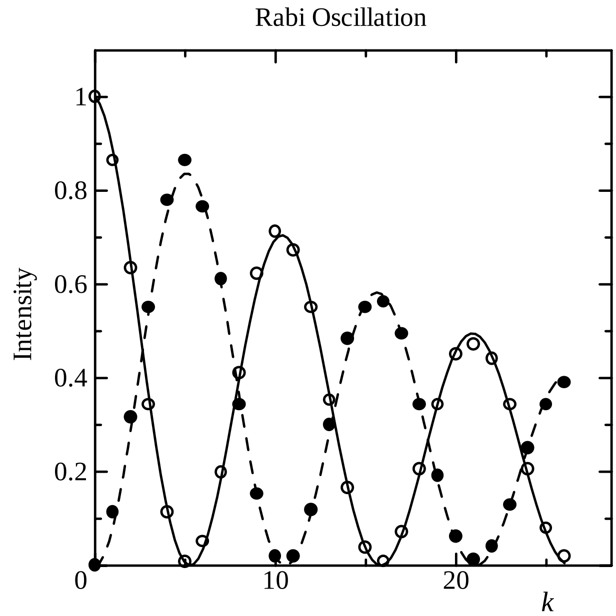

Fig.6 Observation of Rabi Oscillation

図７は，規格化された全信号強度を

$$P = \frac{|U_k|^2 + |V_k|^2}{|U_0|^2 + |V_0|^2} \tag{8.4}$$

として計算したものであり，これを

$$P = \exp(-\gamma k) \tag{8.5}$$

という指数関数的減衰でフィッティングしたものである。その結果 γ^{-1}=30 という値が得られた。図７の直線はフィッティングした結果を表している。

この減衰を取り除いて，Rabi 振動だけを調べるために,

$$P_U = \frac{|U_k|^2}{|U_k|^2 + |V_k|^2} \tag{8.6a}$$
$$P_V = \frac{|V_k|^2}{|U_k|^2 + |V_k|^2} \tag{8.6b}$$

をプロットしたのが図８である。

図８において，曲線は

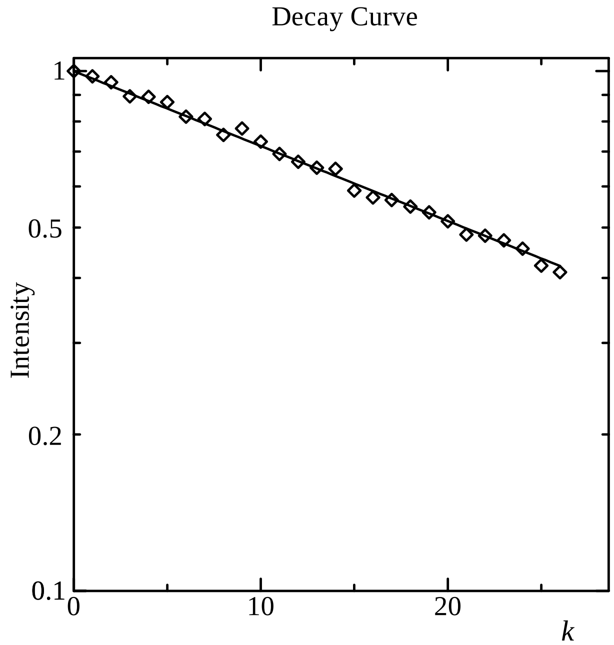

Fig.7 Decay of the Signal Intensity

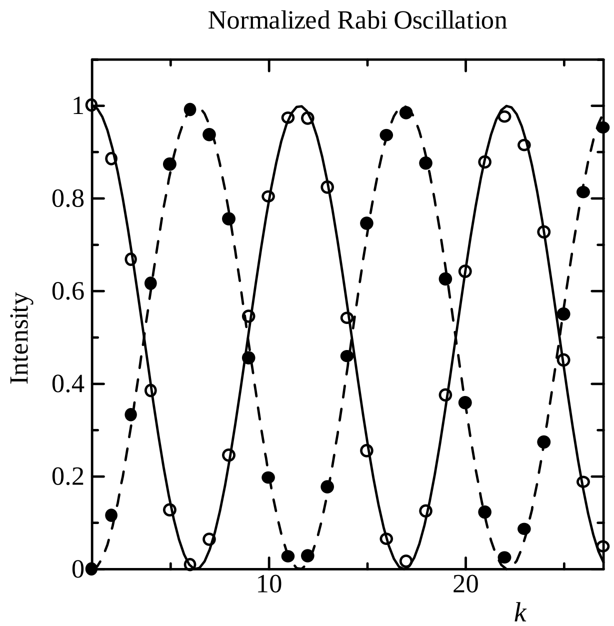

Fig.8 Osicillations of Relative Intensities

$$P_U = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)\right) \tag{8.7a}$$

$$P_V = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{N}k\right)\right) \tag{8.7b}$$

をフィッティングしたものである。フィッティングの結果，N=10.5 となったが，これは式（6.6）に n=1，κ=M/L=0.5 を代入して得られる値

$$N = \frac{\pi}{\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+0.5}}{\sqrt{4-1-0.5}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-0.5}}{\sqrt{4-1+0.5}}\right)} = 10.6 \tag{8.9}$$

と良く一致している。

以上のように，実験結果は減衰があることをのぞいて理論と良く一致している。

9．お　わ　り　に

古典的な波動の包絡線によって量子力学がシミュレートできる理由を考察してみたい。

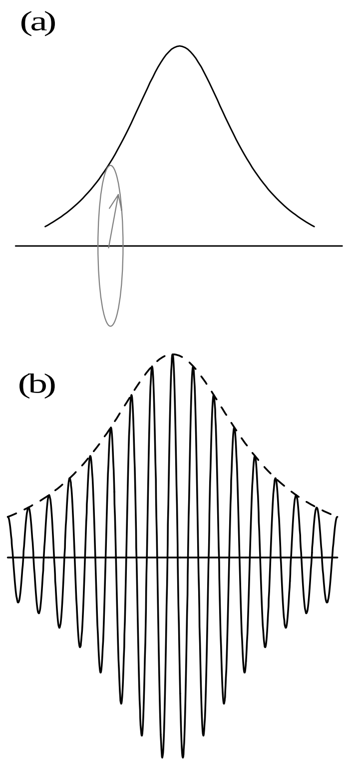

Fig.9 Quantum wave function and modulated carrier wave

図９(a)に示すように，量子力学の波動関数は複素数であり，各点でその大きさと位相が定まる。（円の中の矢印が各点での位相情報を表す。）それに対して古典的波動，たとえば電気振動の波動は，実数であり，計算の便宜上複素数を用いているに過ぎない。しかし，図９(b)に示すように，搬送波が変調されているような波形を考えると，搬送波の周期に比べて長いスケールで考える限り，実数の包絡線と搬送波の位相の両方を分離して記述することができる。

古典的波動そのものは実数であり，複素数のように大きさと位相という二つの情報を記述することはできない。しかし，搬送波とその緩慢に変動する包絡線に分けることによって，大きさを包絡線で，位相を搬送波の位相で記述することができる。もし包絡線の変動の周期が搬送波の振動の周期と同程度になると，もはや位相は定義できない。位相は，振幅（包絡線）が一定で単振動とみなせる場合に定義されるからである。

量子力学における１粒子の Schrödinger 方程式が古典的な波動の空間的変動によってシミュレーションすることができることを利用し, LC 集中定数伝送線路によって２準位量子系でよく知られた Rabi 振動の現象を再現することができた。回路素子の揺らぎの効果（横緩和）やエネルギー散逸の効果（縦緩和）などはまだ理論的に解析していないので，今後の課題である。また，Rabi 振動以外の２準位系の現象についても，このような伝送線路で再現することができるかどうか検討したい。さらにここで用いたような集中定数回路によってユニタリ変換をシミュレーションできれば，量子コンピュータなどのシミュレーションにも応用できるであろう。

参 考 文 献

(1) C.P.Williams and S.H.Clearwater, “*Exploration in Quantum Computing*” (Springer-Verlag, New York, 1998).

(2) 小関健,『光伝送回路』(電子情報通信学会，東京, 2000 年）第５章.

(3) 松田静男,『導波伝送基礎理論』(東海大学出版会，東京, 1992 年）第３章.

(4) E.Brainis, L.P.Lamoureux, N.J.Cerf, Ph.Emplit, M.Haelterman and S.Massar, “*Fiber*Optical Implementation of the Deutsch-Jozsa and Bernstein-Vazirani Quantum Algorithms with Three Qubits*”, Phys. Rev. Lett. ,90 (2003) 157902.

(5) M.A.Man’ko , V.I.Man’ko and V.Mendes, “*Quantum computation by quantum-like systems*”, Phys. Lett. A288(2001)132.

(6) R.Fedele and P.K.Shukla eds., “*Quantum-like Models and Coherent Effects*”, (World Scientific, Singapore 1995).