

多層ボックスモデルによる淡水湖の塩分 シミュレーションに関する研究 (I)

戸原 義男・加藤 治

(土地改良学教室)

昭和60年10月22日 受理

Numerical Salt Simulation of Desalted Reservoir by Multi-Box Model Method

Yoshio TOHARA and Osamu KATO

(Laboratory of Irrigation and Drainage Engineering)

Received October 22, 1985

Summary

A new technique of the numerical analysis using the multi-box model has been developed for water quality (salinity) prediction of desalted reservoir.

This model is for the further analysis of diffusion equation and the equation of continuity in order to determine the salinity change in the respective positions and depths.

For this purpose, the reservoir is split into one or N number of blocks in the direction of flow (direction-X) and into M number of layers in the vertical direction (direction-Y).

The diffusion equation is transformed into the finite difference equation, and the salinity balance in the arbitrary box is estimated.

In this method, it is very important to estimate the accurate horizontal and vertical diffusion coefficients.

However, they are difficult to be decided physically, and they should be estimated by many hydraulic experimental and field observed data.

緒 言

海面を締切って築造される貯水池の除塩、つまり淡水化過程の解析は Jansen に始まり、その後奥田¹⁾によって発展された。これらの研究は児島湖の塩分解析に応用され良い結果がえられている。Jansen 及び奥田のモデルは非常にマクロなモデルで湖水の平均的濃度を概算するもので、研究の要点は塩水と淡水の交換について置換量に関する比例定数を定めることにある。その後、河口における淡水^アの取水等選択取水の研究が進み、貯水池（淡水湖）の底部に除塩暗渠を設置し、比重の大きい下層の塩水を効率よく選択排水することが試みられるようになり、淡水化の解析に密度流の概念が取り入れられるようになった。

さらに、最近では水域の環境問題に関する研究、流れの場に密度の不均質が存在する流れに関して基本的研究が進捗した。一方、計算機の大型化により高速演算が可能となり拡散方程式の数値解析が可能になってきた。

著者らは除塩暗渠を設置した淡水湖の水質（塩分）解析に関して、水理模型実験³⁾による一連

の研究を続けてきたが、ここでは乱流拡散方程式から出発した多層ボックスモデルを提案し、その数値解析法を説明する。モデルの特色は除塩暗渠近傍の複雑な水理現象に関して水理実験の結果から平均化できる層を選定し、ボックスを区分化して解析を簡単化したことである。

淡水化解析

1. 基礎方程式及び解析手法

乱流拡散を Euler 的に考える。流れの中に微小要素 $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$ をとるとこの領域に入出入りする物質（塩分量）の Flux は Fig. 1 のようになる。

単位体積、単位時間にこの領域の中で発生する物質の量を P とすると、 δt 時間内にこの微小体に貯えられる量は、 δt 時間における物質の増加量に等しいことから、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{\partial(vc)}{\partial y} + \frac{\partial(wc)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) + P \quad \cdots \cdots (1)$$

となる。ここに c : 物質質量, u, v, w : それぞれ x, y, z 方向の流速, D_x, D_y, D_z : それぞれ x, y, z 方向の拡散係数, P : 領域内での物質発生量である。

一般に塩分量については内部発生量 P は 0 としてよい。

流体の質量保存則は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

である。

淡水湖の塩分濃度変化の数値シミュレーションをおこなう場合、淡水湖の規模等により(1)式を簡単化して用いればよい。

2. 単一ボックスモデル

淡水湖の規模が非常に小さく、湖内の濃度が均一であると考えられる場合、Fig. 2 で示すような単一ボックスモデルで塩分予測をおこなうことができる。すなわち、Jansen や奥田⁴⁾らが導びいたように(1)式の特非定項と x 方向の移流項のみを用い、ボックス全体で積分することにより

$$\frac{d(VC)}{dt} = Q_i C_i - Q_o C_o \quad \cdots \cdots (3)$$

がえられる。ここに V : 貯水量, C : 湖内の平均塩分濃度, Q_i : 湖内への流入量, C_i : 流入水の塩分濃度, Q_o : 淡水湖からの流出量, C_o : 流出水の塩素濃度である。このとき、 C_o を Jansen は

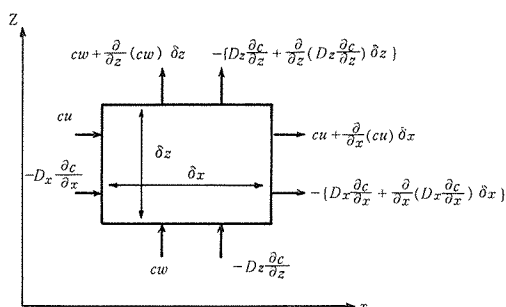


Fig. 1 濃度 Flux

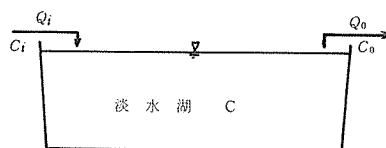


Fig. 2 単一ボックスモデル

$$C_0 = K \cdot C \dots\dots\dots(4)$$

奥田は

$$C_0 = (1 - KC^n) \cdot C \dots\dots\dots(5)$$

で求めることを提案している。

この手法は提体からの塩水浸透やリーチングによる塩水の溶出による塩分量が瞬時のうちに混合、拡散するとの仮定に基づいているため特別な場合を除き、現実の淡水湖では使用が困難である。

3. 多層ボックスモデル

淡水湖の任意の地点、深さにおける塩分濃度の変化を解析するために開発した手法である。淡水湖を数個のブロックや層に分割して(1)式及び(2)式を用いて数値シミュレーションをおこなう。

(1) 淡水湖の水面積が比較的小さく、ある程度の深さを有している場合、水平方向の塩分濃度はほとんど無視できることが水槽実験で確かめられている。この場合は淡水湖をM個の層に分割して解析する。

いま、Fig. 3 に示すような淡水湖を Fig. 4 のように3層に分割する。表層は利用可能領域、中間層は下層からの塩分流入を除塩暗渠で排水するときのその影響領域、下層は浸透等による塩分流入のある層で高塩分濃度の層である。それぞれの層を1つのボックスと考え、ボックス内での塩分は均一とする。

各ボックスの水収支、塩分収支をモデル化すると Fig. 4 のようになる。

各層の水収支

表層：

自由表面の境界条件は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = w \dots\dots(6)$$

で表わされる。ここに h : 表層の水深である。Fig. 5 の記号を用いて連続の式(2)

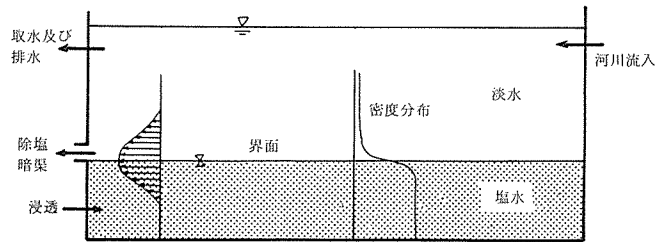


Fig. 3 淡水湖モデル

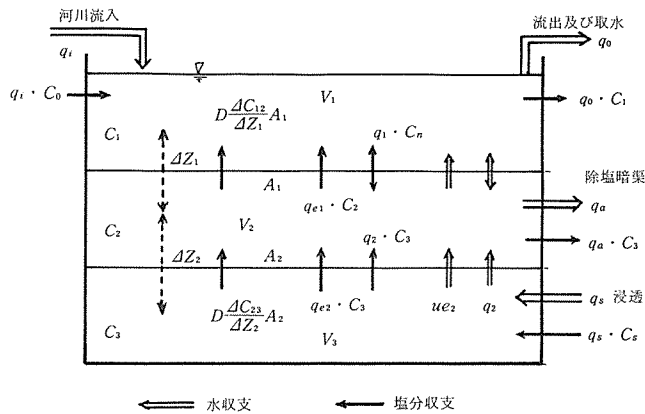


Fig. 4 淡水湖3層モデルの模式図

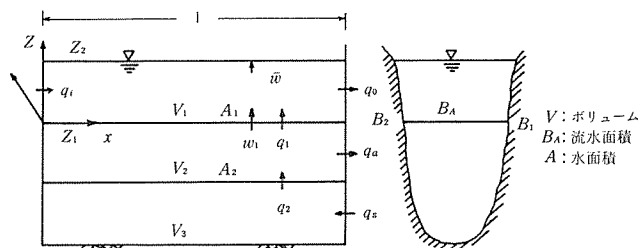


Fig. 5 記号の説明

の $v=0$ とおき, $z_1 \sim z_2$ まで積分する.

$$\int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

この式に

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_1}^{z_2} u dz - u_{z_2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (8)$$

を代入すると

$$\frac{\partial}{\partial x} (Uh) - u_{z_2} \frac{\partial h}{\partial x} + \bar{w} - w_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる. ここに $U = \frac{1}{h} \int_{z_1}^{z_2} u dz$ (表層の平均流速).

(6)式と(9)式から

$$\frac{\partial}{\partial x} (Uh) + \frac{\partial h}{\partial t} - w_1 = 0, \quad \dots\dots\dots (10)$$

これを y 方向に $B_1 \sim B_2$, x 方向に $0 \sim \ell$ まで積分すると,

$$\int_0^\ell \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot B_A) dx + \frac{dV}{dt} - w_1 A_1 = 0, \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに ℓ : 表層の x 方向の長さ, V : 表層の貯留量である.

$q_1 = w_1 \cdot A_1$, $q = UB_A$, $q(0) = q_i$, $q(\ell) = q_0$ とおけば

$$\frac{dV}{dt} = q_i - q_0 + q_1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる.

中間層:

中間層のボリュームは時間的に変化しないから

$$\frac{dV}{dt} = 0, \quad q_a = q_2 - q_1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる. ここに q_a : 除塩暗渠からの流量である.

底層:

底層もボリュームは変化しないから

$$\frac{dV}{dt} = 0, \quad q_2 = q_s \quad \dots\dots\dots (14)$$

で, q_s : 浸透量である.

ただし, 各層を通過する量 q_1, q_2 は下層から上層へ向う方向を正とする. (12)~(14)式により各ボックスの水収支を計算できる.

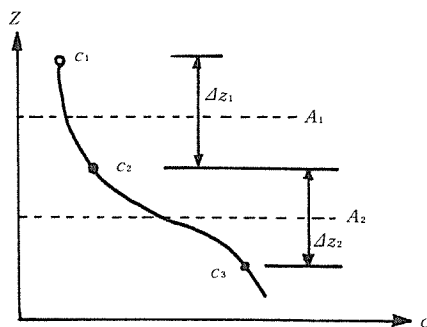


Fig. 6 塩分濃度模式図

各層の塩分収支

Fig. 6 に示すように各層の塩分濃度の平均値を c_1, c_2, c_3 とする. 流れ方向と直角の水平方向の塩分濃度は無視できるから

$$\begin{aligned} & \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (wc)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

と簡単化でき, 各ボックスにおける(15)式の各項は

$$L = CV \dots\dots\dots(16)$$

L : ボックス内の塩分量

を用いると次のようになる。

表層：

この層では(12)式で示されるように貯留量(V)が時間と共に変化するので

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{L_1}{V_1} \right) = \frac{1}{V_1} \frac{\partial L_1}{\partial t} - \frac{L_1}{V_1^2} \frac{\partial V_1}{\partial t} = \frac{1}{V_1^t} \frac{L_1^t - L_1^{t-1}}{\Delta t} - \left\{ \frac{L_1}{V_1^2} (q_i - q_0 + q_1) \right\}^{t-1} \dots\dots\dots(17)$$

となる。また、各ボックス内での濃度は一定としているから境界条件 $x=0$ 及び $x=\ell$ のみで与えられる、ただし、添字 t の値、 $t-1$ は時刻 $t-\Delta t$ の値である。よって(15)式の x 方向の移流項は

$$\frac{1}{V_1} \int_{V_1} \frac{\partial}{\partial x} (uc) dx dy dz \doteq \left\{ \frac{1}{V_1} (q_0 c_1 - q_i c_0) \right\}^{t-1} \dots\dots\dots(18)$$

となる。ここに c_0 : 流入水の濃度である。 z 方向の移流項は、 $z=z_1$ 及び $z=z_2$ の境界条件より

$$\frac{1}{V_1} \int_{V_1} \frac{\partial}{\partial z} (wc) dx dy dz \doteq \left\{ \frac{1}{V_1} \left(-q_1 c_n - u_{e1} A_1 c_2 \right) \right\}^{t-1} \dots\dots\dots(19)$$

となる。ここに u_{e1} は中間層からの連行量で推定方法は後述する。ただし、 $q_1 \geq 0$ なら $n=2$ 、 $q_1 < 0$ なら $n=1$ である。

さらに拡散項は

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \doteq - \left\{ \frac{1}{V_1} \left(D_z \frac{C_1 - C_2}{\Delta z_2} A_1 \right) \right\}^{t-1} \dots\dots\dots(20)$$

で、(17)~(20)式を(15)式に代入することにより

$$\begin{aligned} L_1^t = L_1^{t-1} + & \left[\{ c_1 (q_i - q_0 + q_1) - (q_0 c_1 - q_i c_0) \right. \\ & \left. + (q_1 c_n + u_{e1} A_1 c_2) - A_1 \left(D_z \frac{C_1 - C_2}{\Delta z_1} \right) \right]^{t-1} \cdot \Delta t \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

となる。

中間層：

貯水量は変化しない($dV/dt=0$)から非定常項は

$$\frac{\partial C}{\partial t} \doteq \left\{ \frac{1}{V_2^{t-1}} (L_2^t - L_2^{t-1}) / \Delta t \right\}$$

また

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (uc) & \doteq \left\{ \frac{1}{V_2} q_a c_2 \right\}^{t-1} \\ \frac{\partial}{\partial z} (wc) & \doteq \left\{ \frac{1}{V_2} (q_1 c_n - q_2 c_3) + u_{e1} A_1 c_2 - u_{e2} A_2 c_3 \right\}^{t-1} \end{aligned}$$

ただし u_{e2} : 下層から中間層への連行量。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \doteq \left[\frac{1}{V_2} \left\{ \left(D_z \frac{C_1 - C_2}{\Delta z_1} A_1 \right) - \left(D_z \frac{C_2 - C_3}{\Delta z_2} A_2 \right) \right\} \right]^{t-1}$$

よって中間層の塩分量は

$$\begin{aligned} L_2^t = L_2^{t-1} + & \left\{ -q_a c_2 - (q_1 c_n - q_2 c_3 + u_{e1} A_1 c_2 - u_{e2} A_2 c_3) \right. \\ & \left. + \left(D_z \frac{C_1 - C_2}{\Delta z_1} A_1 \right) - \left(D_z \frac{C_2 - C_3}{\Delta z_2} A_2 \right) \right\}^{t-1} \Delta t \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

となる。

下層:

この層も貯水量は変わらないから

$$\frac{\partial C}{\partial t} \doteq \left\{ \frac{1}{V_3^{t-1}} (L_3^t - L_3^{t-1}) \right\} / \Delta t$$

また

$$\frac{\partial}{\partial x}(uC) \doteq \left\{ \frac{1}{V_3} (-q_s C_s) \right\}^{t-1}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(wC) \doteq \left\{ \frac{1}{V_3} (q_2 C_3 + u_{e2} A_2 C_3) \right\}^{t-1}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \doteq \left\{ \frac{1}{V_3} D_z \frac{C_2 - C_3}{\Delta z_2} A_2 \right\}^{t-1}$$

故に下層の塩分量は

$$L_3^t = L_3^{t-1} + \left\{ q_s \cdot C_s - (q_2 C_3 + u_{e2} A_2 C_3) + D_z \frac{C_2 - C_3}{\Delta z_2} A_2 \right\}^{t-1} \cdot \Delta t \dots\dots\dots (23)$$

となり、②1)~②3式で各層の塩分量の時間的变化を求めることができる。

(2) 淡水湖の水面積は大きいが死水領域もなく、流れ方向(x 軸)に比して流れと直角方向(y 軸)が比較的短いとき、 y 方向の塩分濃度変化は無視できよう。このときは、鉛直方向を N 個の層に、また流れ方向を M 個のブロックにそれぞれ分けて(15)式より解析できる。ブロック分割を模式的に示すと Fig. 7 のとおりである。いま Fig. 8 に示す任意のボックス(i, j)の水収支および塩分収支を(15)式を用いて推定する。

このボックスの貯水量及び塩素量は

$$\left. \begin{aligned} V &= BA \cdot \Delta x = A \Delta z \\ L &= CV \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

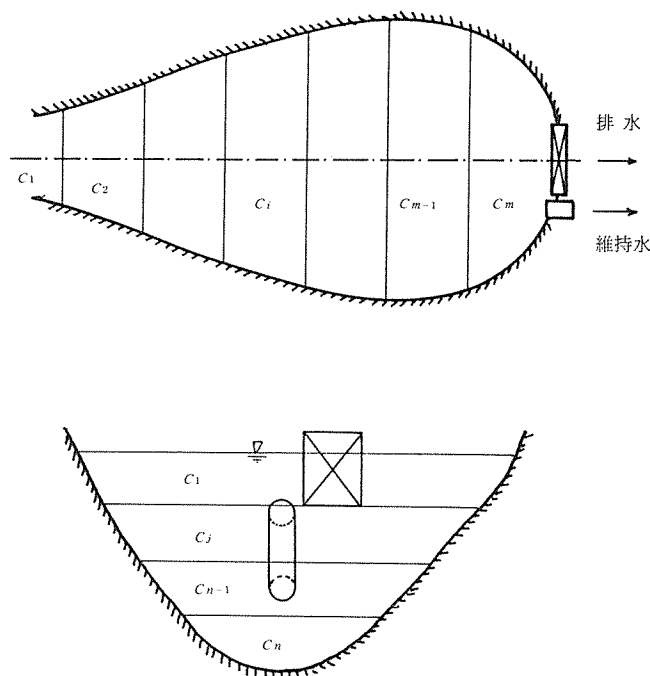
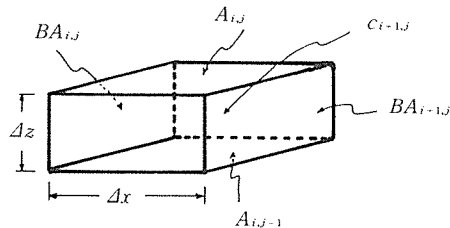
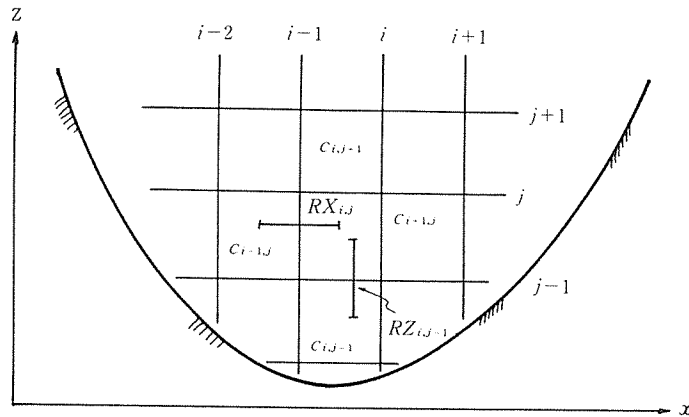


Fig. 7 淡水湖ブロック分割模式図

Fig. 8 分割された (i, j) ボックスの模式図

である。ここに V : (i, j) ボックスの貯水量, BA : 断面積, A : 水面積, C : 濃度, L : 塩分量である。(1)で述べた手法で(2)及び(15)式の各項を差分化する。

水理量 (u, w) の計算

淡水湖の表層全体における貯水量の変化 (dV_s) は(12)式と同様に

$$\frac{dV_s}{dt} = (q_i - q_d - q_0) \quad \dots\dots\dots (25)$$

でえられる。ここに q_i : 淡水湖全体への流入量, q_d : 淡水湖からの取水量, q_0 : 淡水湖からの流出量である。 Δt 時間における表層の水深の変化量は

$$dH = dV_s / SA,$$

ここに SA : 淡水湖全体の水面積。表層の i ブロックにおける貯留量の変化量は

$$dV_{i,1} = A_{i,1} dH$$

で、サフィックス $j=1$ は表層を意味する。これより表層各ブロックの断面を通過する Flux は

$$q_{i,1} = q_{i-1,1} - q_{d,1} - dV_{i,1}/dt, \quad \dots\dots\dots (26)$$

平均流速は

$$u_{i,1} = q_{i,1} / BA_{i,1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。

淡水湖への流入水あるいは流出水が複数の層に分れて出入りする場合、鉛直方向の流速分布を考える必要がある。

一般に水路における u の鉛直方向の分布は対数則

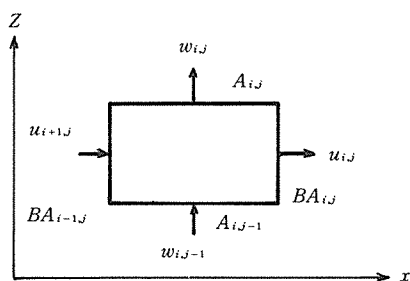


Fig. 9 連続の式の記号の説明

$$u = \bar{u} + \frac{u_*}{\kappa} \left(1 + \ell_n \frac{z}{h} \right) \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。ここに \bar{u} : 平均流速, u_* : 摩擦速度, κ : Karman 定数, h : 水深である。

一方 $\bar{u}/u_* = \varphi$ は

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \varphi = 6.0 + 6.75 \log \frac{h}{k_s}$$

で φ は 8~25 の値をとる。今 $\varphi = 15$ とすれば (28) 式は

$$u = \bar{u} \left\{ 1 + \frac{1}{6} \left(1 + \ell_n \frac{z}{h} \right) \right\} \dots\dots\dots (29)$$

となり、各層の流量配分がえられる。(ただし、 k_s : 粗度長。)

鉛直方向の流速 $w_{i,j}$ は $u_{i,j}$ と (2) 式より Fig. 9 の記号を用いて

$$w_{i,j} = (u_{i-1,j} BA_{i-1,j} - u_{i,j} BA_{i,j} + w_{i,j-1} A_{i,j-1}) / A_{i,j} \dots\dots\dots (30)$$

となる。

塩分量の計算

各ボックスにおける塩分量は (15) 式の各項を (16) 式を用いて差分化することにより求められる、

非定常項は

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{L}{V} \right) = \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial t} - \frac{L}{V^2} \frac{\partial V}{\partial t} \\ &= \frac{1}{V_{i,j}^t} \frac{L_{i,j}^t - L_{i,j}^{t-1}}{\Delta t} - \left(\frac{L}{V^2} \right)_{i,j}^{t-1} \frac{V_{i,j}^t - V_{i,j}^{t-1}}{\Delta t} \end{aligned}$$

水平移流項は

$$\frac{\partial}{\partial x} (uc) \doteq (u_{i,j}^t BA_{i,j}^t C_{i,j}^{t-1} - u_{i-1,j}^t BA_{i-1,j}^t C_{i,j-1}^{t-1}) \left(\frac{1}{V} \right)_{i,j}^t$$

鉛直移流項は

$$\frac{\partial}{\partial z} (wc) \doteq (w_{i,j}^t A_{i,j}^t C_{i,j}^{t-1} - w_{i,j-1}^t A_{i,j-1}^t C_{i,j-1}^{t-1} - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \left(\frac{1}{V} \right)_{i,j}^t$$

ここに ΔE は連行量である。これについては後述する。

水平拡散項は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) &\doteq \left(\frac{Dx_{i,j}^t (C_{i+1,j} - C_{i,j})^{t-1}}{\Delta x_{i,j}} BA_{i,j}^t \right. \\ &\quad \left. - \frac{Dx_{i-1,j}^t (C_{i,j} - C_{i-1,j})^{t-1}}{\Delta x_{i-1,j}} BA_{i-1,j}^t \right) \left(\frac{1}{V} \right)_{i,j}^t \end{aligned}$$

鉛直拡散項は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) &\doteq \left(\frac{Dz_{i,j}^t (C_{i,j+1} - C_{i,j})^{t-1}}{\Delta z_{i,j}} A_{i,j}^t \right. \\ &\quad \left. - \frac{Dz_{i,j-1}^t (C_{i,j} - C_{i,j-1})^{t-1}}{\Delta z_{i,j-1}} A_{i,j-1}^t \right) \left(\frac{1}{V} \right)_{i,j}^t \end{aligned}$$

となる。ここに Dx, Dz はそれぞれ x, z 方向の拡散係数、添字 i, j は (i, j) ブロックを表し、 t は Δt を単位とした時間である。

以上の式を (15) 式に代入して整理すると、時間 t における (i, j) ブロックの塩分量 L は

$$L_{i,j}^t = L_{i,j}^{t-1} + \left(\frac{L}{V} \right)_{i,j}^{t-1} (V_{i,j}^t - V_{i,j}^{t-1}) + \left\{ - (u_{i,j}^t BA_{i,j}^t C_{i,j}^{t-1} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + u_{i-1,j}^t BA_{i-1,j}^t c_{i-1,j}^{t-1} + (w_{i,j-1}^t A_{i,j-1}^t c_{i,j-1}^{t-1} - w_{i,j}^t A_{i,j}^t c_{i,j}^{t-1} - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \\
& + \left(\frac{Dx_{i,j}^t (c_{i+1,j} - c_{i,j})^{t-1}}{\Delta x_{i,j}} BA_{i,j}^t - \frac{Dx_{i-1,j}^t (c_{i,j} - c_{i-1,j})^{t-1}}{\Delta x_{i-1,j}} AB_{i-1,j}^t \right) \\
& + \left(\frac{Dz_{i,j}^t (c_{i,j+1} - c_{i,j})^{t-1}}{\Delta z_{i,j}} A_{i,j}^t - \frac{Dz_{i,j-1}^t (c_{i,j} - c_{i,j-1})^{t-1}}{\Delta z_{i,j-1}} A_{i,j-1}^t \right) \} \Delta t \dots\dots\dots (31)
\end{aligned}$$

となる。この式は物理的意味を考慮して次のように変形する。

$$L_{i,j}^t = L_{i,j}^{t-1} + \Delta L_{i,j,0} + \Delta L_{i,j,1} + \Delta L_{i,j,2} + \Delta L_{i,j,3} + \Delta L_{i,j,4} \dots\dots\dots (32)$$

ここに右辺第2項以下の ΔL に関する3番目の添字は次のことを意味する。

- 0：体積変化量（表層のみ）
 1：水平移流項 2：鉛直移流項
 3：水平拡散項 4：鉛直拡散項

求められた水理量($u_{i,j}$, $w_{i,j}$)を32式に代入すれば各ボックスにおける塩分量が解析できるが、実際の計算においては流れの方向により若干の修正が必要である。

(I) 水平移流項 ($\Delta L_{i,j,1}$)

Fig. 10 に示す記号を用いると水平移流項は $u_{i,j}$, $u_{i-1,j}$ の符号により次のようになる。

(i) $u_{i,j} > 0$, $u_{i-1,j} > 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,1} = (u_{i-1,j} BA_{i-1,j} c_{i-1,j} - u_{i,j} BA_{i,j} c_{i,j}) \Delta t$$

(ii) $u_{i,j} > 0$, $u_{i-1,j} < 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,1} = (u_{i-1,j} BA_{i-1,j} c_{i,j} - u_{i,j} BA_{i,j} c_{i,j}) \Delta t$$

(iii) $u_{i,j} < 0$, $u_{i-1,j} > 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,1} = (u_{i-1,j} BA_{i-1,j} c_{i-1,j} - u_{i,j} BA_{i,j} c_{i+1,j}) \Delta t$$

(iv) $u_{i,j} < 0$, $u_{i-1,j} < 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,1} = (u_{i-1,j} BA_{i-1,j} c_{i,j} - u_{i,j} BA_{i,j} c_{i+1,j}) \Delta t.$$

(II) 鉛直移流項 ($\Delta L_{i,j,2}$)

Fig. 11 で示す記号を用いると鉛直移流項は $w_{i,j}$ および $w_{i,j-1}$ の符号により次のようになる。

(i) $w_{i,j} > 0$, $w_{i,j-1} > 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,2} = (w_{i,j-1} A_{i,j-1} c_{i,j-1} - w_{i,j} A_{i,j} c_{i,j} - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \Delta t$$

(ii) $w_{i,j} > 0$, $w_{i,j-1} < 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,2} = (w_{i,j-1} A_{i,j-1} c_{i,j} - w_{i,j} A_{i,j} c_{i,j} - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \Delta t$$

(iii) $w_{i,j} < 0$, $w_{i,j-1} > 0$ のとき

$$\Delta L_{i,j,2} = (w_{i,j-1} A_{i,j-1} c_{i,j-1} - w_{i,j} A_{i,j} c_{i,j+1} - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \Delta t$$

(iv) $w_{i,j} < 0$, $w_{i,j-1} < 0$ のとき

$$\begin{aligned}
\Delta L_{i,j,2} = & (w_{i,j-1} A_{i,j-1} c_{i,j} - w_{i,j} A_{i,j} c_{i,j+1} \\
& - \Delta E_{i,j} + \Delta E_{i,j-1}) \Delta t
\end{aligned}$$

拡散項($\Delta L_{i,j,3}$, $\Delta L_{i,j,4}$)は31式をそのまま用いれば

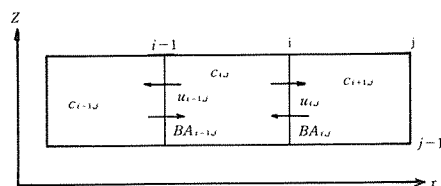


Fig. 10 水平移流項の計算

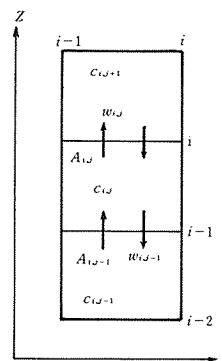


Fig. 11 鉛直移流項の計算

よい。

(3) (1), (2)の仮定が成立しない大規模な淡水湖では鉛直方向に M 層, x 軸方向に N 個, y 軸方向に L 個のブロックや層に分けて(1)式をそのまま差分化して解く。手法は(2)と同様である。

連行量の推定

塩水2層流において, 流れがある限界を超えると内部波が碎波し, 波頂より塩水塊が淡水中に舞上って拡散していく。この現象を連行現象といい, 連行速度(u_e)を

$$u_e = \alpha \cdot \hat{u} \quad \text{.....(33)}$$

で与える。ここに \hat{u} : 上下層の相対速度, α : 連行係数で(34)式で与える¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1.5 \times 10^{-3} / R_{i*} \\ (1000 < R_e, 0.5 \leq R_{i*} \leq 40) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(34)}$$

ここに R_e : Reynolds 数, R_{i*} : Richardson 数 ($\Delta\rho/\rho gh/\hat{u}^2$, $\Delta\rho$: 上下層の密度差)である。

(32)式中の $\Delta L_{i,j,2}$ に含まれる ΔE は,

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_{i,j} &= u_{e,i,j} B A_{i,j} C_{i,j} \\ \Delta E_{i,j-1} &= u_{e,i,j-1} B A_{i,j-1} C_{i,j-1} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(35)}$$

で表わされるもので $u_{e,i,j}$ 及び $u_{e,i,j-1}$ はそれぞれ (i,j) ボックスから $(i,j+1)$ ボックス及び $(i,j-1)$ ボックスから (i,j) ボックスへの連行速度を表わす。

一般に, 淡水深が小さく吹送流が存在する等の特別な場合を除いて連行量は鉛直速度(w)による移流量に比して非常に小さい。

拡散係数の推定

水平拡散係数

海洋における水平拡散係数は Orlob⁵⁾がいくつかの資料をとりまとめて

$$D_x = (D_y) = 0.01 l_d^3 \quad (\text{cm}^2/\text{s}) \quad \text{.....(36)}$$

を提案している。ここに l_d は拡散現象のスケールで3 cm~10⁹cmの範囲のものである。

著者ら⁶⁾が有明海およびその模型実験にボックスモデルを適用して求めた値は

$$D_x = 10^6 \quad (\text{cm}^2/\text{s}) \quad \text{.....(37)}$$

であった。

鉛直方向の拡散係数

鉛直方向の拡散係数(D_z)については, いまだ充分な研究がなされていないが Elder²⁾が開水路でおこなった実験では D_z は D_x の約 $1/3$ となっている。著者らがおこなった水槽実験では D_z は D_x の1/100程度であった。

4. 計算結果の一例

(1) 淡水湖の諸元が Table 1 に示すものを例として考える。淡水湖水面積が244haであるが Fig. 12に示すようにほぼ円形をしているので3の(2)の方法を用いる。Fig. 4に示すモデルとして,

表層: -5 m~管理水位

中間層: -7 m~-5 m (除塩暗渠は-5.5mに設置)

底層: -7 m以下

の3層モデルである。

表層の塩分濃度の経時変化を Fig. 13 に示す。図中に水位及び表層の貯留量も合せて示している。水位の低下と共に塩分濃度は上昇するが除塩暗渠が作動しているため600ppm程度にしか上昇しない。

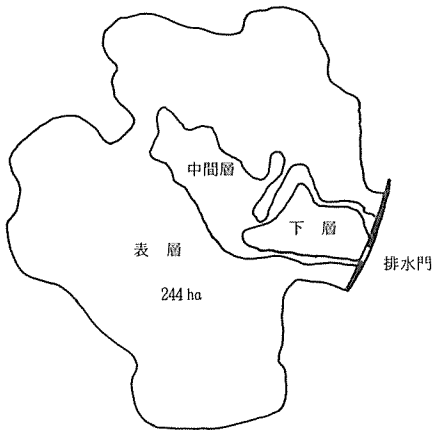


Fig. 12 原型規模の淡水湖モデル (例1)

Table 1 原型規模の淡水湖モデルの概要(例1)

標高(m)	面積(m ²)	累計貯水量(m ³)
-10.0	2,800	700
-8.0	72,000	63,000
-6.0	174,000	302,500
-4.0	508,000	975,000
-2.0	1,261,900	2,618,500
0.0	2,292,800	6,288,700
2.0	2,438,700	11,093,150

淡水湖面積 244ha	淡水湖水深 平均 6 m, 最深部 12m
利用水深 7 m	管理水位 2
最低取水位 -5 m	有効貯水量 10,538×10 ³ m ³
平均潮位 0.31m	除塩暗渠吸込部水位 -5 m
除塩暗渠からの放流量	最大 1 m ³ /s
	最小 500m ³ /day

(2) 淡水湖の諸元が Table 2 で示すような比較的大規模な淡水湖を考える。概略図を Fig. 14 に示す。Fig. 15 の模式図のように水平方向 5 ブロック、鉛直方向も層に分割して③2式を用いて計算する。

ここで、理論式の差分化の一般的説明は、鉛直上向きを正としたが計算例においては便宜的に下向きに計算を進めた。

計算結果を Fig. 16 に示す。初期状態は表層は塩水であるがしだいに淡水化していく過程がよくわかる。

結 語

淡水湖の規模等による淡水湖の水質特に塩分濃度に関する数値シミュレーションの手法について説明し、具体的な計算例を示した。解析手法の適合性の良否は拡散係数の推定値の如何による。物理的に具体的数値の推定ができないので数多くの実測値に頼るし

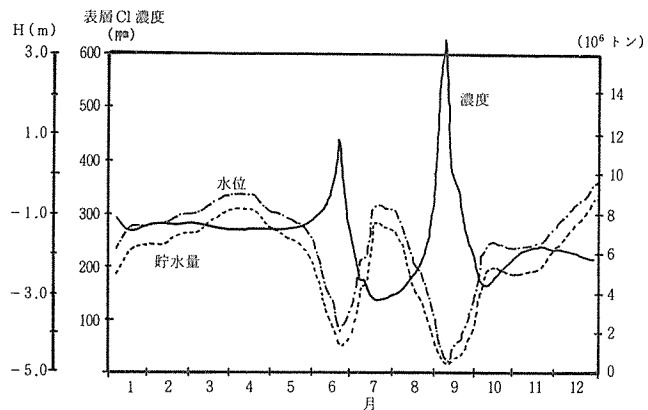


Fig. 13 表層濃度、水位及び貯水量の経時変化の一例



Fig. 14 大規模な原型淡水湖モデル (例2)

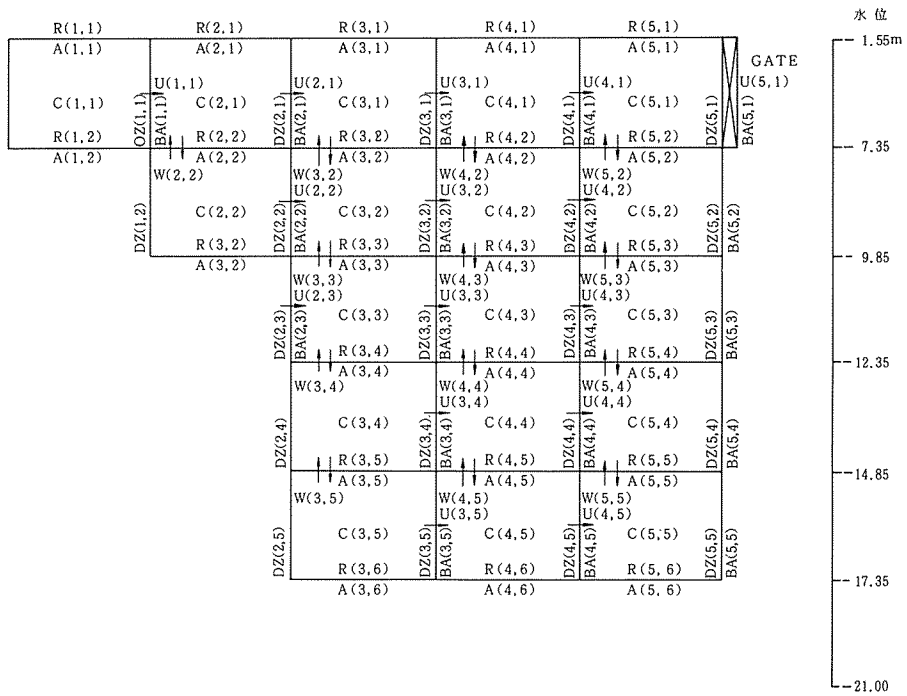


Fig. 15 大規模淡水湖のボックス分割例

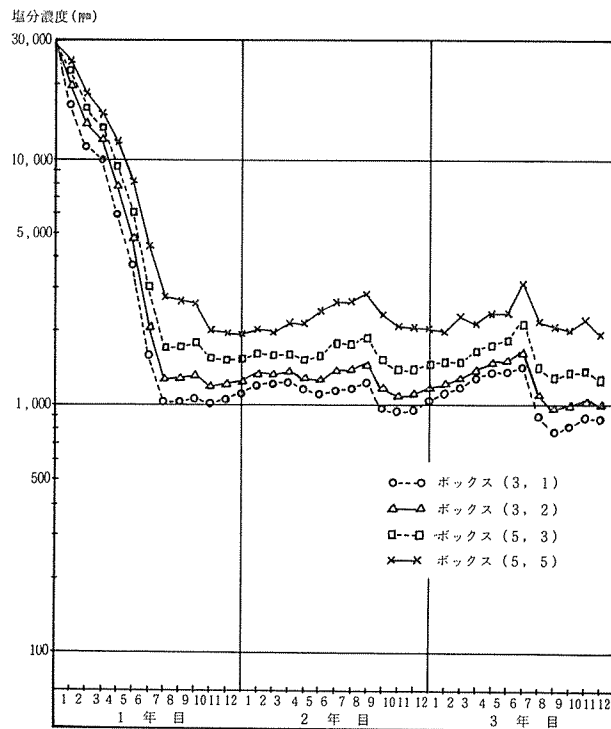


Fig. 16 大規模淡水湖のボックス内の塩分濃度の経時変化一例

か方法はない。

ここに提案した手法は塩分濃度の予測のためのものであるが、水質としては栄養塩の増加による富栄養化も重要な問題である。これらについては底土からの溶出、還元物質の生成等の項を加えるだけで本研究の手法が利用できる。

この研究は科学研実費一般研究(B) (代表戸原義男) の援助による研究成果の一部である。解析には佐賀大学電子計算機センター及び九州大学大型電子計算機センターの計算機を使用した。

Table 2 大規模原型淡水湖モデルの概要(例2)

標 高(m)	面 積(ha)	累計貯水量($\times 10^4 \text{m}^3$)
-17.35	99.0	0
-14.85	288.2	463.9
-12.35	459.5	1,401.9
-9.85	649.0	2,749.0
-7.35	893.8	4,680.0
-1.55	2,365.0	13,355.0
淡水湖面積 2,365ha 淡水湖水深 最深部15.8m		
取水量 平均 $6.1 \times 10^7 \text{m}^3/\text{年}$, 最大 $7.2 \times 10^7 \text{m}^3/\text{年}$		
有効貯水量 $13.36 \times 10^7 \text{m}^3$		
流入量 平均 $11.8 \times 10^7 \text{m}^3/\text{年}$, 最大 $187 \times 10^7 \text{m}^3/\text{年}$		
除塩暗渠位置 E L-20m ($\phi 2.2 \text{m} \times 4$ 個)		

摘 要

淡水湖の水質(塩分濃度)を予測するため多層ボックスモデルを用いて解析する手法を開発した。

このモデルは拡散方程式と連続の式から任意の地点、深さの塩分濃度を推測しようとするものである。

この目的のため、淡水湖の流れ方向(x 軸方向)を1ないし N 個のブロックに、鉛直方向(z 軸方向)を M 個の層に分割する。

拡散方程式は差分化し、任意のボックスの塩分収支を計算する。

このモデルでは、水平及び鉛直方向の拡散係数を正確に推定することが最も重要であるが物理的推定が困難であるから多くの実験あるいは現場の実測等から推定せざるをえない。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 江頭進治(1975): 密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(1), 京大防災研報告, 18 B, 495-512
- 2) Elder, J. W. (1959): The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, J. of Fluid Mech., 5, 544-560
- 3) 加藤 治, 戸原義男 (1983): 淡水湖の塩分管理に関する実験的研究, 佐賀大農彙, 55, 81-92
- 4) 奥田節夫(1965): 人造淡水湖(児島湖)における塩分の収支推定について, 京大防災研報告, 8, 290-298
- 5) Orlob, G. T. (1959): Eddy diffusion in homogeneous turbulent, Proc. ASCE, 85, HY9, 75-101
- 6) 戸原義男, 渡辺 潔, 加藤 治, 瀬口昌洋(1980): 有明海の潮流と拡散, 混合に関する研究, 第27回海講論文集, 483-486