

多層ボックスモデルによる淡水湖の塩分 シミュレーションに関する研究(II)

——吹送流の影響がある場合——

加藤 治・戸原 義 男

(土地改良学教室)

昭和60年10月22日 受理

Numerical salt Simulation of Desalted Reservoir by Multi-Box Model Method
——Effect of Wind Induced Flow——

Osamu KATO and Yoshio TOHARA

(Laboratory of Irrigation and Drainage Engineering)

Received October 22, 1985

Summary

When wind stress exists at the surface of reservoir, a part of wind energy is dissipated, generating wave and drifting current (wind induced flow), and increasing potential energy in the reservoir.

In the stratified reservoir, the increase of potential energy induce the high density of the mixing layer.

In this paper, a new technique of the numerical analysis using the multi-box model has been developed for water using the multi-box model has been developed for water quality (salinity) prediction of desalted reservoir with the wind stress.

The velocity profile of drift current in a reservoir is calculated using Montgomery's generalization of the Prandtl Karman mixing length theory.

The diffusion equation is transformed into the finite difference equation, and the salinity change in the respective depths is determined.

The characteristics of this technique is to predict the distribution of density in the reservoir.

緒 言

密度成層 (density cline) を有する貯水池の水面に強風が吹送するとき、風エネルギーの一部は造波、吹送流 (drift current) 及び貯水池内のポテンシャルエネルギーの増加に消費される。密度成層が塩分成層で構成されているとき、ポテンシャルエネルギーの増加は表層の塩分増加を意味する。風波は、いわゆる表面波であり、その波長に比して水深が十分深ければ、エネルギーの80%以上は水面付近に集中し、底層の密度成層には影響しない。

Wu¹⁾ は一様な2層流体よりなる安定な成層系の風浪タンク実験で混入層のポテンシャルエネルギーの変化率が風によってなされた仕事率に比例することを明らかにした。H. Kato および O. M. Phillips らは一様密度勾配で静止している水槽の表面に一定の応力を加えた場合ポテンシャルエネルギーの増加率は乱流層内の単位面積当りの運動 (流れ) エネルギーの散逸に比

例することを見出した²⁾。これらは密度流に関する1つの優れた発見であろう。

著者らは Wu と同様に安定な密度成層をもつ風浪水槽による一連の水理実験を行い³⁾、密度成層内に発生する吹送流分布を明らかにした。ここではポテンシャルエネルギーの増加が主として吹送流運動エネルギーの散逸によるとの仮定から流速分布に基づく移流効果及び閉じた系に発生する循環流に着目し、乱流拡散方程式を基礎とした数値シミュレーション手法を提案し、その解析手法及び結果を述べる。研究の特色は水面から水底に及ぶ密度こう配が解明されることであり、選択取水に関する淡水湖維持管理計画に資するものとする。

1. 水面上の鉛直風速分布

淡水湖内に流れを発生させる主要な外力は風である。一般に水面に作用する風のせん断応力 (τ) は

$$\tau = \rho_a \gamma_{i0}^2 U_{i0}^2 \dots\dots\dots(1)$$

で表わされる。ここに ρ_a : 空気の密度 ($1.25 \times 10^{-3} \text{gr/cm}^3$)、 U_{i0} : 水面から10m上方地点の風速、 γ_{i0} : U_{i0} に対応する抵抗係数である。

抵抗係数 (γ_{i0}) は実測値から推定しなければならない。

著者らが実験水槽³⁾でおこなった風速分布を Fig. 1 に示す。

風速分布はよく知られた対数分布則

$$\frac{u(z)}{u_{*a}} = \frac{2.303}{\kappa} \log \frac{z}{z_0} \dots\dots\dots(2)$$

に従うものとして実測値より u_{*a} 及び z_0 を求める。ここに κ : Kármán 定数 (=0.4)、 z_0 : 水面の粗度長、 u_{*a} : 摩擦速度で

$$u_{*a} = \sqrt{\tau/\rho_1} = \sqrt{\gamma_{i0}^2 \cdot U_{i0}^2} \dots\dots\dots(3)$$

である。図中の実線は(2)式である。(2)式より外挿した U_{i0} と u_{*a} との関係は Fig. 2 で示すように直線となり

$$u_{*a} = 0.0319 U_{i0} \dots\dots\dots(4)$$

で近似できる。

(3), (4)式より

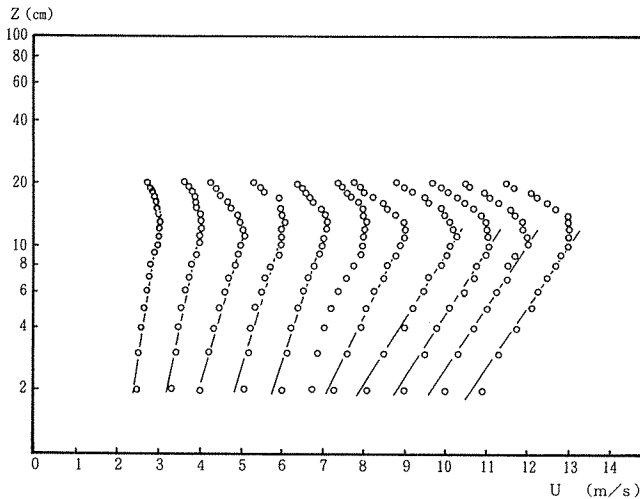


Fig. 1 水面上の風速分布

$$\gamma_{i0}^2 = 1.02 \times 10^{-3} \dots\dots\dots(5)$$

をえる。従来の研究では γ_{i0}^2 を U_{i0} の関数として与えているものが多い⁴⁾が Fig. 2 より著者らの実験では $U_{i0} = 4 \sim 20 \text{ m/s}$ の範囲で定数として考えてよいことがわかる。

2. 吹送流の流速分布

一般に貯水池内において定常な流れがあるとき、任意の深さでのセン断応力は

$$\tau = \tau_b + (\tau_s - \tau_b) \frac{z}{H} \dots\dots\dots(6)$$

で与えられる。ここに τ_b , τ_s はそれぞれ底面及び表面におけるセン断応力、 H ：水深、 z ：底面からの高さである。

いま、水面において風のセン断応力と水のセン断応力が連続であるとする

$$\rho_a u_{*a}^2 = \rho u_*^2 \dots\dots\dots(7)$$

となる。ここに ρ ：水の密度、 u_* ：水の摩擦速度である。(4), (7)式より

$$u_* = 0.035 u_{*a} = 1.1 \times 10^{-3} U_{i0} \dots\dots\dots(8)$$

をえる。

一方、Reynolds 応力は

$$\tau = \rho \overline{u'w'} = \rho \ell^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \frac{du}{dz} \dots\dots\dots(9)$$

で、 u' , w' はそれぞれ x 及び z 方向の変動流速、 ℓ ：混合長である。

ℓ として Montgomery の 2 次形式

$$\ell = \frac{x}{H} (z + z_0)(H + z_1 - z) \dots\dots\dots(10)$$

を用いると、Reid による流速分布は⁵⁾

$$\left. \begin{aligned} U &= -U_m - \frac{1}{\alpha} \left[B_0 \ell n \frac{B_0 - y}{B_0 + y} + 2B_1 \tan^{-1} \frac{y}{B_1} \right] & \zeta < \zeta_m \\ U &= -U_m - \frac{1}{\alpha} \left[2B_0 \tan^{-1} \frac{y}{B_0} + B_1 \ell n \frac{B_1 - y}{B_1 + y} \right] & \zeta > \zeta_m \\ U_m &= \frac{1}{\alpha} \left[B_0 \ell n \frac{B_0 + \sqrt{|m|}}{B_0 - \sqrt{|m|}} - 2B_1 \tan^{-1} \frac{\sqrt{|m|}}{B_1} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} U &= u / \sqrt{\tau / \rho}, & m &= \tau_b / \tau_s, & \zeta &= z / H \\ \gamma_0 &= z_0 / H \ll 1, & \gamma_1 &= z_1 / H \ll 1 \\ \zeta_m &= |m| / (1 + |m|), & y &= \sqrt{|m|} - (1 + |m|) \zeta \\ B_0 &= \sqrt{|m|} + \frac{(1 + |m|)}{2\sqrt{|m|}} \gamma_0, & B_1 &= 1 + \frac{1}{2} (1 + |m|) \gamma_1 \end{aligned}$$

で、 z_0 , z_1 はそれぞれ底面および水面の特性粗度長である。

(11)式より表面流速 (U_s) を求めると

$$U_s = \frac{1}{\alpha} \left[\ell n \frac{4}{(1 + |m|) \gamma_1} + 2 \tan^{-1} \sqrt{|m|} - \sqrt{|m|} \left\{ \ell n \frac{4|m|}{(1 + |m|) \gamma_0} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{|m|}} \right\} \right] \dots\dots\dots(12)$$

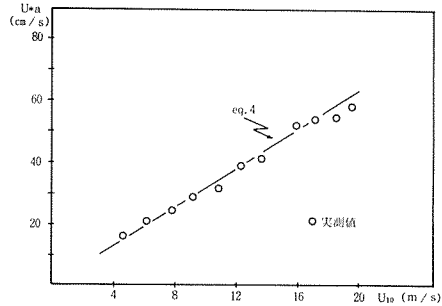


Fig. 2 風の摩擦速度 (u_{*a}) と風速 (U_{i0}) との関係

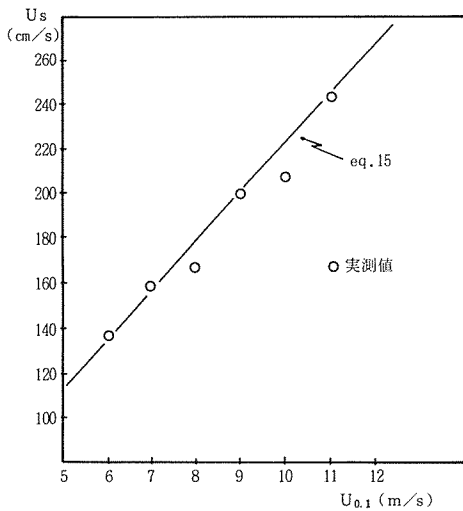


Fig. 3 表面流速の実測値と計算値との比較 (U_{0.1}: 水面から10cm地点の風速)

速分布より τ_b を求めることができる。しかし、実際には吹送流の分布は表面近傍では数 cm/s ~ 数 10 cm/s のオーダーで実測可能であるが界面近傍は数 mm/s 以下であり、実測は非常に困難である。ここでは Reid が提案した値、すなわち

$$\left. \begin{aligned} m &= -0.1 \\ \gamma_1 &= 1/3000 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

と(8)式より表面流速 (u_s)

$$u_s = 1.1 \times 10^{-3} U_s \cdot U_{10} \dots\dots\dots(15)$$

を計算し実測値との比較をおこない(14)式の妥当性を検討する。Fig. 3 に結果を示す。実測値は理論値を満足している。

このことから淡水層の吹送流の流速分布は(11)式で求めることにする。

3. 拡散方程式

拡散方程式は拡散物質の連続条件から

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{\partial(vc)}{\partial y} + \frac{\partial(wc)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \dots\dots(16)$$

となる。ここに u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の速度成分、 c : 濃度、 D_x, D_y, D_z はそれぞれ x, y, z 方向の拡散係数である。

いま、水平方向の濃度がほぼ均一であるとする、(16)式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} (uc) - \frac{\partial}{\partial z} (wc) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \dots\dots\dots(17)$$

と簡単化できる。

流体の質量保存則は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(18)$$

である。

となる。

一般に淡水湖は閉じた水域と考えることができるから各断面を通過する流量は 0、すなわち

$$\int_0^1 U d\zeta = 0$$

より

$$\begin{aligned} \ell n \frac{1}{\gamma_0} &= 2 \left[1 + \frac{1}{\sqrt{|m|}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{|m|}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \ell n \frac{1 + |m|}{4|m|} \right] \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

がえられる。

(11)式より流速分布を求めるとき、無次元量 m 及び γ_1 が既知でなければならない。

水理実験によれば、淡水深が比較的深く、界面における $\Delta\rho$ (表層と下層の密度差) が大きいとき、下層の塩水層にはほとんど吹送流の影響は及ばないことから水深 H は表層 (淡水層) の厚さと考えてよい。このことから界面近傍の流

4. 多層ボックスモデルによる解法

Fig. 4 に示すような淡水湖を Fig. 5 のように N 個の層に分割する。淡塩 2 層界面の深さを H として(1)式を用いて吹送流分布 (uw_i) を求める。水理模型実験によれば一般に界面は除塩暗渠の下端に位置する。この吹送流により Fig. 4 の破線で示すような循環流が生じる。

各層の水収支

表層 (第 N 層) :

自由表面の境界条件

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = w \dots\dots\dots(19)$$

を表層ブロックの容積で積分することにより⁹⁾

$$\frac{dV}{dt} = QI_N - QO_N + QW_N \dots\dots\dots(20)$$

をえる。ここに V : 貯水量, QI_N : 湖外からの流入量, QO_N : 流出量, QW_N : $N-1$ 層からの鉛直移流量, 添字 N は N 層を意味する。

i 層 (任意の層) :

Fig. 6 に i 層の水収支のモデルを示す。図中の記号を用いると

$$\frac{dV}{dt} = 0 \text{ 故 } QI_i - QO_i + QW_i - QW_{i+1} = 0 \dots\dots\dots(21)$$

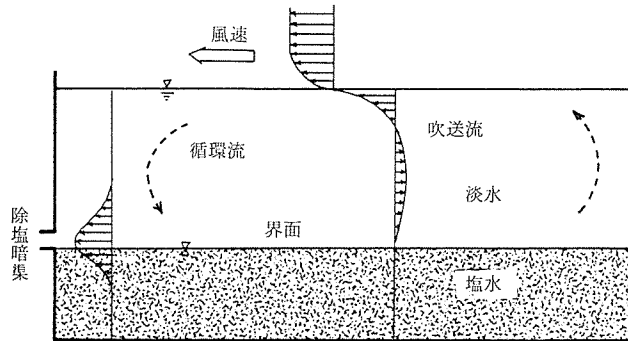


Fig. 4 淡水湖モデル

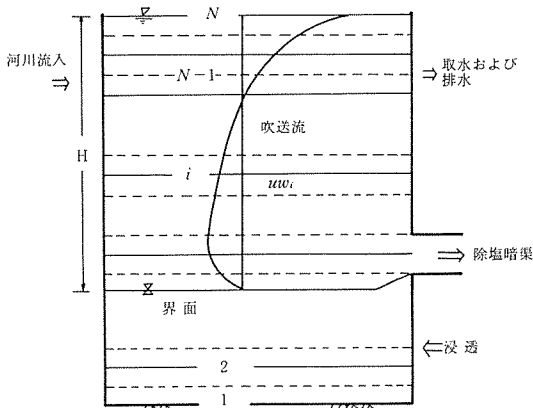


Fig. 5 淡水湖の層の分割

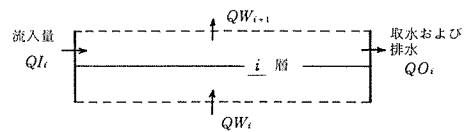


Fig. 6 i 層の水収支

となる。

(20), (21)式により各層の水収支が計算できる。

各層の塩分量

著者らが既に求めたように⁶⁾(17)式の各項は

$$L = CV \dots\dots\dots (22)$$

を用いて差分化することにより次の結果をうる。ここにL：ボックス内の塩分量，C：濃度，V：ボックスの容量である。ただし，連行量は他の項に比して小さいので無視する。

任意の*i*層は

非定常項

$$\frac{\partial C}{\partial t} \doteq \frac{1}{V^t} \frac{L^t - L^{t-1}}{\Delta t} - \left(\frac{1}{V^2} \right)_i \frac{V^t - V^{t-1}}{\Delta t}$$

水平移流項

$$\frac{\partial}{\partial x}(uc) \doteq \left\{ \left(\frac{1}{V} \right)_i (QO_i^t C_i^{t-1} - QI_i^t C_0) \right\}$$

鉛直移流項

$$\frac{\partial}{\partial z}(wc) \doteq \left\{ \left(\frac{1}{V} \right)_i (QW_{i+1}^t C_i^{t-1} - QW_i^t C_{i-1}^{t-1}) - CLJ_i \right\}$$

拡散項

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \doteq \left\{ \left(\frac{1}{V} \right)_i \left(\frac{DZ_{i+1}^t (C_{i+1} - C_i)^{t-1}}{\Delta Z_{i+1}} A_{i+1}^t \right) - \left(\frac{DZ_i^t (C_i - C_{i-1})^{t-1}}{\Delta Z_i} A_i^t \right) \right\}$$

となる。ここに添字*i*は層を*t*は時刻*t*，*t*-1は時刻*t*-Δ*t*，C₀：流入量の濃度，CLJ：循環流による塩分移送量，DZ：拡散係数である。

これらの式を(17)式に代入することにより時刻*t*における*i*層の塩分量Lは

$$L_i^t = L_i^{t-1} + \left(\frac{L}{V} \right)_i^{t-1} (V^t - V^{t-1})_i + \{ (QI_i^t C_0 - QO_i^t C_i^{t-1}) + (QW_{i+1}^t C_i^{t-1} - QW_i^t C_{i-1}^{t-1}) + CLJ_i + \left(\frac{DZ_{i+1}^t (C_{i+1} - C_i)^{t-1}}{\Delta Z_{i+1}} A_{i+1}^t - \frac{DZ_i^t (C_i - C_{i-1})^{t-1}}{\Delta Z_i} A_i^t \right) \} \Delta t \dots\dots\dots (23)$$

となる。この式を物理的意味を考慮して次のように変形する。

$$L_i^t = L_i^{t-1} + \Delta L_{i,0} + \Delta L_{i,1} + \Delta L_{i,2} + \Delta L_{i,3} + \Delta L_{i,4} \dots\dots\dots (24)$$

ここに右辺第2項以下のΔLに関する2番目の添字は次のことを意味する。

- 0：体積変化量 (表層以外は0)
- 1：水平移流項 2：鉛直移流項
- 3：循環流 4：拡散項

実際の計算では鉛直移流項(ΔL_{i,2})において流れの方向により若干の修正が必要である。

Fig. 7の記号を用いると，QW_i，QW_{i+1}の符号により次のようになる。

- (i) QW_i > 0, QW_{i+1} > 0 のとき

$$\Delta L_{i,2} = QW_i C_{i-1} - QW_{i+1} C_i$$
- (ii) QW_i > 0, QW_{i+1} < 0 のとき

$$\Delta L_{i,2} = QW_i C_{i-1} - QW_{i+1} C_{i+1}$$
- (iii) QW_i < 0, QW_{i+1} > 0 のとき

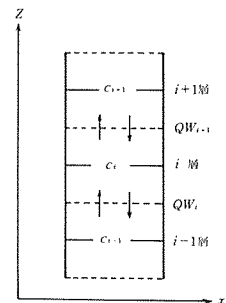


Fig. 7 鉛直移流模式図

$$\Delta L_{i,2} = QW_i C_i - QW_{i+1} C_i$$

(iv) $QW_i < 0, QW_{i+1} < 0$ のとき

$$\Delta L_{i,2} = QW_i C_i - QW_{i+1} C_{i+1}$$

循環流による塩分量 ($\Delta L_{i,3}$) の計算

湖底から i 番目の層を中心とした循環流の模式図を Fig. 8 に示す。 i 層が界面以下であれば吹送流の影響はないから $uw_i = 0$ 。

Fig. 8 の記号を用いると

$$QJ_{i+1} = |uw_{i+1}| S_{i+1}$$

$$QJ_i = |uw_i| S_i$$

として

$$\Delta L_{i,3} = \beta_{i+1} QJ_{i+1} (C_{i+1} - C_i) - \beta_i QJ_i (C_i - C_{i-1}) \dots \dots \dots (25)$$

で求める。ここに uw_i, uw_{i+1} はそれぞれ $i, i+1$ 層の吹送流による平均流速、 β_{i+1}, β_i は定数で実験で求める。

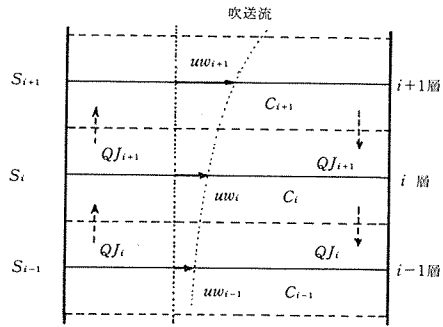


Fig. 8 循環流による塩分移送模式図

5. 計算結果の一例

Table 1 で示すような原型規模の淡水湖を考える。概要図を Fig. 9 に示す。淡水湖の水収支は図中に示すように流入としては河川流量と浸透量があり、流出としては利用水量と除塩暗渠からの維持量、それに管理水位以上になったときの樋門からの放流量がある。

計算条件として

(1) 冬期季節風を想定して、風速10m/s、除塩暗渠からの維持量500m³/day とする。淡水湖各層の塩分濃度の経時変化を Fig. 10 に示す。

(2) 台風時を想定して、風速30m/s の風が8時間吹き続けたとする。維持水量が86400m³/day (1 m³/s) の場合の塩分濃度の経時変化を Fig. 11 に示す。

Table 1 原型規模の淡水湖モデルの諸元

標高(m)	面積(m ²)	墨計貯水量(m ³)
-10.0	2,800	700
-8.0	72,000	63,000
-6.0	174,000	302,500
-4.0	508,000	975,000
-2.0	1,261,900	2,618,650
0.0	2,292,800	6,288,700
2.0	2,438,700	11,093,150

淡水湖面積	244ha	淡水湖水深	平均6m, 最深部12m
利用水深	7m	管理水位	2m
最低取水位	-5m	有効貯水量	10,538×10 ³ m ³
平均潮位	0.31m	除塩暗渠吸込部水位	-5m
除塩暗渠からの放流量	最大 1m ³ /s		
	最小 500m ³ /day		

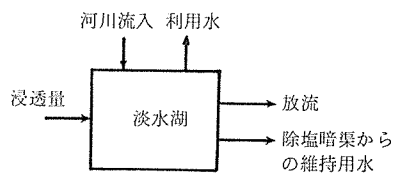
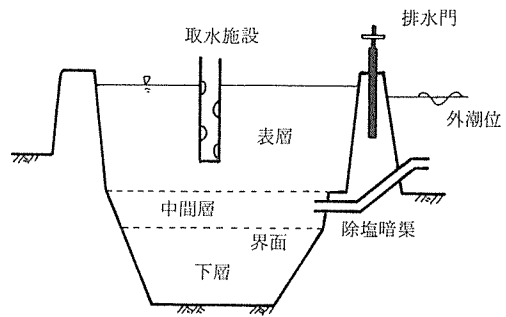


Fig. 9 原型規模の淡水湖モデル

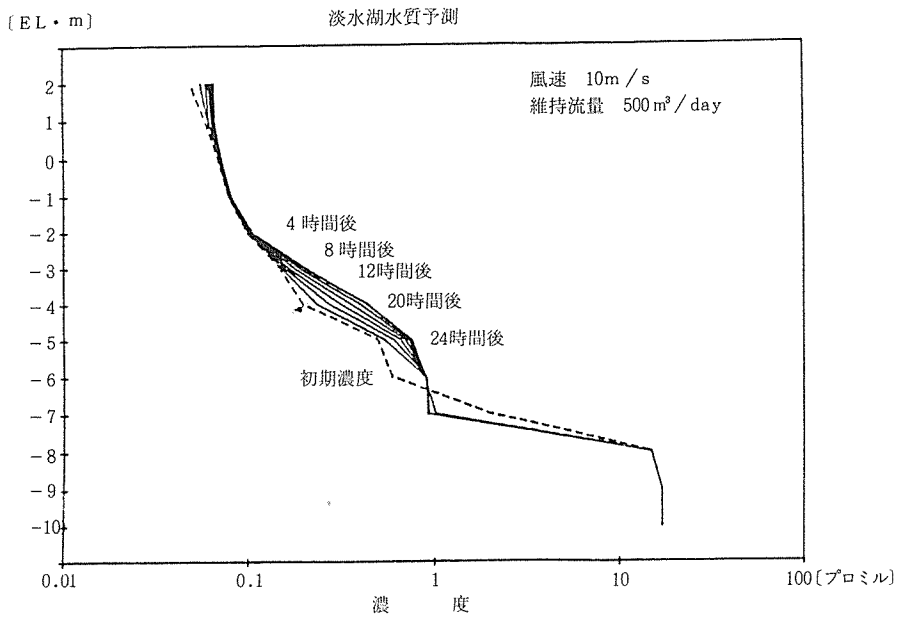


Fig. 10 塩分濃度の時間的変化(1)

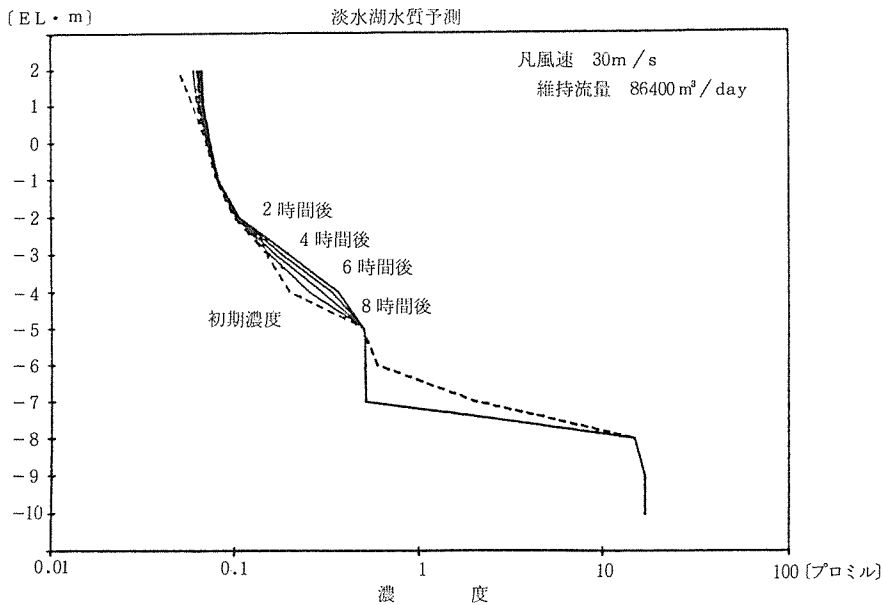


Fig. 11 塩分濃度の時間的変化(2)

結 語

淡水湖水面に風のせん断応力が作用するとき、湖内では吹送流による循環流が発生する。密度成層場において、循環流による濃度変化を乱流拡散方程式を用いて数値シミュレートする手法を説明して具体的な計算例を示した。

本研究では吹送流の影響は淡水層に限られると仮定したが、淡水深が浅い場合あるいは界面

の密度差が小さい場合、この仮定は成立しなくなる。また、界面波の碎波による連行量も無視できなくなる。しかし、このような場合でも、吹送流の流速分布が正しく把握され、しかも連行量を加えることにより⁶⁾この手法はわずかな手なおしで充分利用することができる。

この研究は科学研究費一般研究(B) (代表戸原義男、淡水湖における密度界面の混合過程について)の援助による研究成果の一部である。解析には佐賀大学計算機センター (M-150F) 及び九州大学大型計算機センター (M-380) により計算をおこなった。

摘 要

風の応力が貯水池の表面に作用すると、風のエネルギーの一部は造波、吹送流及び貯水池内のポテンシャルエネルギーの増加に消費される。

成層化された淡水湖においては、ポテンシャルの増加は上層の塩分増加をもたらす。

本研究で、風が作用する淡水湖内の水質 (塩分濃度) を予測するため、多層ボックスモデルを用いて解析する手法を開発した。

吹送流の流速分布は Prandtl-Kármán の混合長に Montgomery の式を用いることにより計算する。

拡散方程式は差分化され、任意の層の塩分濃度の変化を求める。

この手法の特色は淡水湖内の密度勾配が推測できることである。

参 考 文 献

- 1) Jin Wu (1973) : Wind-induced turbulent entrainment across a stable density interface. J. of Fluid Mech., 61, 275-287.
- 2) Kato, H and O.M.Phillips (1969) : On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid. J. of Fluid Mech., 37, 643-655.
- 3) 加藤 治, 戸原義男 (1983) : 淡水湖の塩分管理に関する実験的研究. 佐賀大農彙, 55, 81-92.
- 4) 光易 恒, 中山竜三 (1969) : 博多湾における波および風の観測. 九大応力研報告, 33, 33-66.
- 5) Reid, R. O (1957) : Modification of the Quadratic Bottom-Stress Law for turbulent channel Flow in the Presence of Surface Wind Stress. Technical Memorandum, 93, 1-33.
- 6) 戸原義男, 加藤 治(1986) : 多層ボックスモデルによる淡水湖の塩分シミュレーションに関する研究. 佐賀大農彙, 60, 79-91.